

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO  
FACULTAD DE INGENIERIA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

EXÁMEN PARCIAL  
CURSO: CONTROL AVANZADO  
Ciclo: 2011-A

Profesor: M. SC., Ing. Raúl Benites S.

Fecha: 26 / 05 / 2011

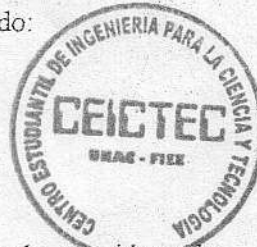
Duración: 100 minutos

Nota: Sin copias ni apuntes

1. Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones de estado:

$$\dot{x}_1 = -5x_1 + x_2 + \cos x_1$$

$$\dot{x}_2 = x_1 \sin x_1 + \sin x_1 u$$



Determine:

a) (4 p) Las ecuaciones de estado del sistema transformado, considerando:

$$z_1 = x_1$$

$$z_2 = x_2 + \cos x_1$$

- b) (1 p) Una ley de control no lineal "u" que linealice totalmente el sistema no lineal transformado
- c) (1 p) Las ecuaciones de estado transformado y linealizado totalmente en su forma matricial, en función de la nueva señal de control equivalente v.
- d) (4 p) La matriz ganancia de un Regulador por Localización de Polos, tal que los polos deseados de lazo cerrado estén localizados en  $\mu_{1,2} = -0.5 \pm j0.8$

2. (10 p) Dado el sistema de ecuaciones:

$$\dot{x}_1(t) = x_1^2(t) x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t) \cos(x_2(t)) + u(t)$$

$$y(t) = x_1(t)$$

Se desea realizar una realimentación entrada-salida para que responda como un sistema de segundo orden con  $\zeta = 0.8$  y  $t_s = 2$  Seg considerando el criterio del 2%.



# EXAMEN PARCIAL DE CONTROL AVANZADA

Nombre: Morán Montoya, Enrique Manuel

20

$$\dot{x}_1 = -5x_1 + x_2 + \cos x_1$$

$$\dot{x}_2 = x_1 \sin x_1 + \sin x_1 u$$

a) Considerando:  $z_1 = x_1$        $z_2 = x_2 + \cos x_1$

donde:  $\dot{z}_1 = \dot{x}_1$        $x_2 = z_2 - \cos z_1$

$$\dot{z}_1 = -5z_1 + z_2 - \cos z_1 + \cos z_1$$

$$\dot{z}_1 = -5z_1 + z_2 \dots (I)$$

Ahora:

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 + \dot{x}_1 (-\sin x_1)$$

$$\dot{z}_2 = x_1 \sin x_1 + u \sin x_1 - \sin x_1 [-5x_1 + x_2 + \cos x_1]$$

$$\dot{z}_2 = z_1 \sin z_1 + u \sin z_1 - \sin z_1 [-5z_1 + z_2 - \cos z_1 + \cos z_1]$$

$$\dot{z}_2 = z_1 \sin z_1 + u \sin z_1 + 5z_1 \sin z_1 - z_2 \sin z_1$$

$$\dot{z}_2 = 6z_1 \sin z_1 - z_2 \sin z_1 + \sin z_1 u \dots (II)$$

Finalmente:

$$\dot{z}_1 = -5z_1 + z_2 \dots (I)$$

$$\dot{z}_2 = \underbrace{6z_1 \sin z_1 - z_2 \sin z_1}_{f(z)} + \underbrace{\sin z_1}_{g(z)} u \dots (II)$$

b)

$$u = [v - f(z)] \frac{1}{g(z)} \dots (III)$$

Reemplazando (III) en (II)

$$\dot{z}_2 = f(z) + g(z) \cdot [v - f(z)] \cdot \frac{1}{g(z)}$$

$$\therefore \dot{z}_2 = v$$



$$c7 \quad \begin{aligned} \dot{z}_1 &= -5z_1 + z_2 \\ \dot{z}_2 &= v \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v$$

d7 El polinomio característico

$$(s + 0,5 + 0,8j)(s + 0,5 - 0,8j) = 0$$

$$(s + 0,5)^2 - (0,8j)^2 = 0 \Rightarrow s^2 + s + 0,25 + 0,64 = 0$$

$$s^2 + s + 0,89 = 0 \dots (*)$$

Para la Matriz Generalizada por localización de Poles:

$$|sI - (A - BK)| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [k_1 \ k_2] \right| = 0$$

$$\left| \begin{bmatrix} s+5 & -1 \\ 0 & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} \right| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} s+5 & -1 \\ k_1 & s+k_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(s+5)(s+k_2) + k_1 = 0 \Rightarrow s^2 + (k_2+5)s + 5k_2 + k_1 = 0 \dots (**)$$

Iguando: (\*) = (\*\*)

$$k_2 + 5 = 1 \Rightarrow k_2 = -4$$

$$5k_2 + k_1 = 0,89$$

$$k_1 = 0,89 + 20$$

$$k_1 = 20,89$$

$$K = [20,89 \quad -4]$$

$$v = -Kz \Rightarrow v = -[20,89 \quad -4] \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

$$v = -20,89z_1 + 4z_2$$





2

$$\dot{x}_1(t) = x_2^2(t) \cdot x_2(t)$$

$$y(t) = x_1(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t) \cos(x_2(t)) + u(t)$$



Resol:

$$\ddot{y}(t) = \dot{x}_1(t) = x_2^2(t) \cdot x_2(t)$$

$$\dot{y}'(t) = 2x_2(t) \cdot \dot{x}_2(t) + x_2^2(t) \dot{x}_2(t)$$

$$\ddot{y}(t) = 2x_2(t) [x_1(t) \cos x_2(t) + \dot{u}(t)] + x_2^2(t) [x_1(t) \cos x_2(t) + u(t)]$$

$$\ddot{y}(t) = 2x_2(t) x_1(t) \cos x_2(t) + 2x_2(t) \cdot u(t) + x_2^2(t) \cdot x_1(t) \cos x_2(t) + x_2^2(t) u(t)$$

$$\ddot{y}(t) = \underbrace{2x_2(t) x_1(t) \cos x_2(t) + x_2^2(t) \cdot x_1(t) \cos x_2(t)}_{f(x)} + \underbrace{[2x_2(t) + x_2^2(t)]}_{g(x)} u(t)$$

$$\ddot{y}(t) = f(x) + g(x) \cdot u(t)$$

La ley de control no lineal.

$$u = [v - f(x)] \frac{1}{g(x)}$$

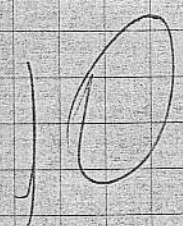
$$\ddot{y}(t) = v$$

Es de 2º Orden:

$$t_s = \frac{4}{\xi \omega_n} \Rightarrow \omega_n = 2.5$$

$$s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

$$s^2 + 2(0.8)(2.5)s + (2.5)^2 = 0$$



Para:

$$e = y - y_d$$

$$v = \ddot{y}_d - \ddot{e}k_2 - \dot{e}k_1$$

$$\ddot{e} + \ddot{e}k_2 + \dot{e}k_1 = 0$$

$$k_2 = 4$$

$$k_1 = 6.25$$