UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERIA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

PRIMERA PRÁCTICA CALIFICADA
CURSO: CONTROL AVANZADO
Ciclo: 2011-B

Profesor: M. SC., Ing. Raúl Benites S.
Fecha: 23 / 09 / 2011
Duración: 100 minutos
Nota: Sin copias ni apuntes

$v = -Kz$

1. Consideremos el siguiente sistema de ecuaciones de estado:

$$\dot{x}_1 = -5\,x_1 + x_2 + \cos x_1$$
$$\dot{x}_2 = x_1 sen\; x_1 + sen\; x_1 u$$

Determine:

a) **(4 p)** Las ecuaciones de estado del sistema transformado, considerando:

$$z_1 = x_1$$
$$z_2 = x_2 + \cos x_1$$

b) **(1 p)** Una ley de control no lineal "u" que linealice totalmente el sistema no lineal transformado

c) **(1 p)** Las ecuaciones de estado transformado y linealizado totalmente en su forma matricial, en función de la nueva señal de control equivalente ν.

d) **(4 p)** La matriz ganancia de un Regulador por Localización de Polos, tal que los polos deseados de lazo cerrado estén localizados en $\mu_{1,2} = -0.5 \pm j0.8$

2. **(6 p)** Dado el sistema de ecuaciones:

$$\dot{x}_1(t) = x_1^2(t)\,x_2(t)$$
$$\dot{x}_2(t) = x_1(t)\cos(x_2(t)) + u(t)$$
$$y(t) = x_1(t)$$

Se desea realizar una realimentación entrada-salida para que responda como un sistema de segundo orden con $\zeta = 0.8$ y $t_s = 2\;Seg$ considerando el criterio del 2%.

3. Dado un proceso, cuya ecuación está dada por:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{kh^2}\left(u - \alpha\sqrt{2gh}\right)$$

Considerando los siguientes datos: α = 0.5, g = 9.8, k = 1, h_d = 1, determine:

a) **(2 p)** Una ley de Control No Lineal "u" que linealice la ecuación del proceso

b) **(2 p)** Un diagrama de bloques del sistema en lazo cerrado, considerando que la ley de Control Lineal "ν" está dada por $\nu = \alpha(h_d - h)$. En el diagrama debe aparecer la altura de referencia (altura deseada) y la señal sensada (h).

PRIMERA PRÁCTICA CALIFICADA CONTROL AVANZADO

Alumno: Piminchumo Miranda Henry Omar   Codigo: 060608F.

20

1) $\dot{x}_1 = -5x_1 + x_2 + \cos x_1$

$\dot{x}_2 = x_1 \operatorname{Sen} x_1 + \operatorname{Sen} x_1\, u$

a) $z_1 = x_1$

$z_2 = x_2 + \cos x_1$

$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 = -5x_1 + x_2 + \cos x_1 = -5z_1 + z_2$

$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \operatorname{Sen} x_1\, \dot{x}_1$

$\dot{z}_2 = x_1 \operatorname{sen} x_1 + \operatorname{Sen} x_1\, u - \operatorname{Sen} x_1(-5x_1 + x_2 + \cos x_1)$

$\dot{z}_2 = z_1 \operatorname{Sen} z_1 + \operatorname{Sen} z_1\, u - \operatorname{Sen} z_1(-5z_1 + z_2)$

$\dot{z}_2 = z_1 \operatorname{Sen} z_1 + \operatorname{Sen} z_1\, u + (\operatorname{Sen} z_1) 5z_1 - (\operatorname{Sen} z_1) z_2$

$\dot{z}_2 = 6 z_1 \operatorname{Sen} z_1 - z_2 \operatorname{Sen} z_1 + \operatorname{Sen} z_1\, u$

Finalmente:

$\dot{z}_1 = -5z_1 + z_2$

$$\dot{z}_2 = \underbrace{6 z_1 \operatorname{Sen} z_1 - z_2 \operatorname{Sen} z_1}_{F(z)} + \underbrace{\operatorname{Sen} z_1}_{g(z)}\, u$$

b)

$$u = [v - F(z)]\frac{1}{g(z)} = [v - 6z_1 \operatorname{sen} z_1 - z_2 \operatorname{Sen} z_1]\frac{1}{\operatorname{sen} z_1}$$

c) $\dot{z}_2 = F(z) + g(z)[v - F(z)]\dfrac{1}{g(z)}$

$\dot{z}_2 = v$

$\dot{z}_1 = -5z_1 + z_2$

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v$$

07

$$(s+0.5+j0.8)(s+0.5-j0.8)=0$$
$$(s+0.5)^2-(j0.8)^2=0$$
$$s^2+s+0.25+0.64=0$$
$$s^2+s+0.89=0 \quad \ldots (I)$$

Tenemos: $|sI-(A-BK)|=0$

$$\left|\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}\right|=0$$

$$\left|\begin{bmatrix} s+5 & -1 \\ 0 & s \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix}\right|=0$$

$$\begin{vmatrix} s+5 & -1 \\ k_1 & s+k_2 \end{vmatrix}=0$$

$$(s+5)(s+k_2)+k_1=0$$
$$s^2+(5+k_2)s+(5k_2+k_1)=0 \quad \ldots (II)$$

Igualando (I) y (II).

$$s^2+s+0.89=s^2+(5+k_2)s+(5k_2+k_1)$$

$$5+k_2=1 \qquad 5k_2+k_1=0.89$$
$$k_2=-4 \qquad -20+k_1=0.89$$
$$k_1=20.89$$

$$k=\begin{bmatrix} 20.89 & -4 \end{bmatrix}$$

Ley de Regularización:

$$v=-kz=\begin{bmatrix} 20.89 & -4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$$

$$v=-20.89z_1+4z_2$$

(2)

$\dot{x}_1 = x_1^2 \; x_2$
$\dot{x}_2 = x_1 \cos x_2 + u(t)$
$y = x_1$

DATOS : $\xi = 0.8$; $t_s = 2s$ criterio 2%

$t_s = \dfrac{4}{\xi \omega_n} = 2 \Rightarrow \xi \omega_n = 2$. $\xi = 0.8$

$\omega_n = \dfrac{2}{0.8} = 2.5$

$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$
$s^2 + 2(0.8)(2.5)s + (2.5)^2 = 0$
$s^2 + 4s + 6.25 = 0$ ... (I)

Tenemos :

$z_1 = x_1 \Rightarrow \dot{z}_1 = \dot{x}_1 = x_1^2 x_2$

$z_2 = x_1^2 x_2$ Donde $x_2 = \dfrac{z_2}{z_1^2}$

$\dot{z}_2 = 2x_1 x_2 \dot{x}_1 + x_1^2 \dot{x}_2$
$\dot{z}_2 = 2x_1 x_2 (x_1^2 x_2) + x_1^2 (x_1 \cos x_2 + u)$
$\dot{z}_2 = 2z_1 \dfrac{z_2}{z_1^2}(z_2) + z_1^2 \left(z_1 \cos \dfrac{z_2}{z_1^2} + u\right)$

$\dot{z}_2 = 2\dfrac{z_2^2}{z_1} + z_1^3 \cos\left(\dfrac{z_2}{z_1^2}\right) + z_1^2 u$

Finalmente :

$\dot{z}_1 = z_2$
$\dot{z}_2 = \underbrace{2\dfrac{z_2^2}{z_1} + z_1^3 \cos\left(\dfrac{z_2}{z_1^2}\right)}_{f(z)} + \underbrace{z_1^2}_{g(z)} u$

$u = [v - f(z)]\dfrac{1}{g(z)}$

Tenemos : $\dot{z}_1 = z_2 \wedge \dot{z}_2 = v$ $\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v$

$|sI - (A - BK)| = 0$

$\left| \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} \right| = 0$

$\left| \begin{bmatrix} s & -1 \\ 0 & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & k_2 \end{bmatrix} \right| = \begin{vmatrix} s & -1 \\ k_1 & s + k_2 \end{vmatrix} = 0$

$s^2 + k_2 s + k_1 = 0$ ... (II)

Igualando (I) y (II)

$k_2 = 4 \wedge k_1 = 6.25 \Rightarrow K = [6.25 \quad 4]$

③ $$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{kh^2}\left(u - \alpha\sqrt{2gh}\right)$$

a>

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{\alpha\sqrt{2gh}}{kh^2} + \frac{1}{kh^2}u$$

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{\alpha\sqrt{2g}}{kh^{3/2}} + \frac{1}{kh^2}u$$

Rezolviendo:

$$\frac{\alpha\sqrt{2g}}{k} = \frac{0.5\sqrt{2\times 9.8}}{1} = 2.21$$

Reemplazando:

$$\dot{h} = \underbrace{-2.21\, h^{-3/2}}_{f(h)} + \underbrace{h^{-2}}_{g(h)} u$$

$$\Rightarrow u = \frac{\left[v(t) - f(h)\right]}{g(h)}$$

$$u = \frac{\left[v + 2.21\, h^{-3/2}\right]}{h^{-2}}$$

$$\therefore\ u(t) = \left[v + \frac{2.21}{h^{3/2}}\right] h^2$$

b> DIAGRAMA DE BLOQUES