SOLUCIONARIO CONTROL DIGITAL

P1.- Para el sistema indicado en la figura compuesto por un motor de corriente CONTINUA acoplado a una reductora

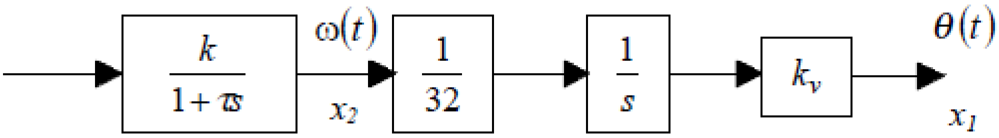

Figura01: diagrama de bloques motor CC-reductora

Se pide:

a) Obtener el modelo de estado continuo del sistema indicado anteriormente considerando como variables de estado las variables $x1$ (posición angular a la salida de la reductora) y $x2$ (velocidad de giro del motor). El modelo debe estar en términos de las constantes indicadas sin sustituir su valor

De la fig01 se tiene:

$$y = x1 = \theta$$

$$x2 = w$$

$$\frac{W}{U} = \frac{k}{1 + \tau s}$$

$$\frac{\theta}{W} = \frac{Kv}{32s}$$

Operando adecuadamente:

$$FT \rightarrow \frac{\theta}{U} = \frac{kKv}{32s + 32\tau s^2}$$

Aplicando L^{-1} y operando convenientemente, se tiene:

$$\dot{x1} = 0x1 + \frac{Kv}{32}x2 + 0u$$

$$\dot{x2} = 0x1 + \left(-\frac{1}{\tau}\right)x2 + \frac{k}{\tau}u$$

$$y = \theta = x1 + 0x2 + 0u$$

Finalmente, se tiene:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \dot{x1} \\ \dot{x2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{Kv}{32} \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{k}{\tau} \end{pmatrix} u \rightarrow \text{ECUACION DE ESTADO}$$

$y = (1 \quad 0)x$ → ECUACION DE SALIDA

b) Se desea realizar un control por computadora para el sistema propuesto. Indicar simbólicamente el método de obtención del sistema discreto equivalente.

Nos sugieren realizar un diagrama de bloques que represente la conversión del sistema de tiempo continuo a tiempo discreto. Procedemos del siguiente modo:

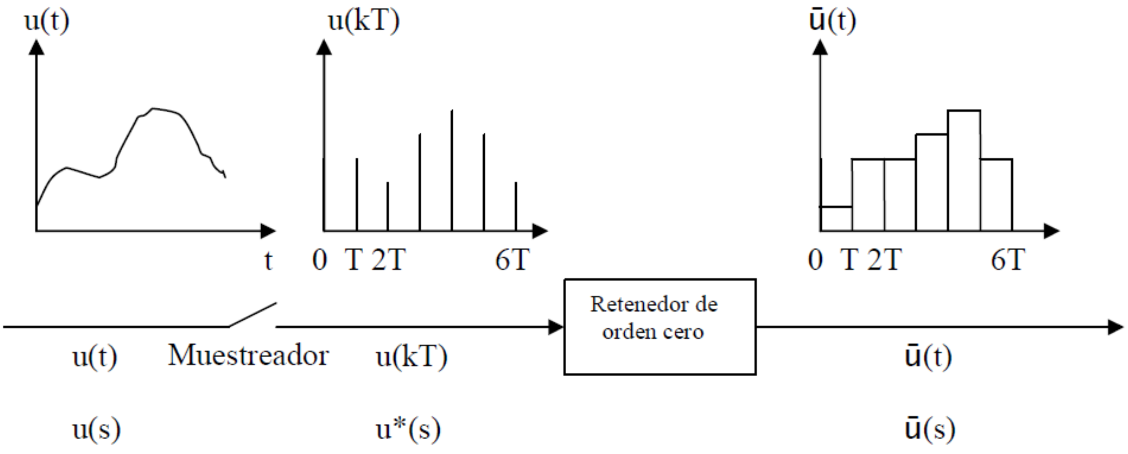

Figura02: MUESTREADOR y retenedor de orden cero (ZOH)

Como se observa en la figura02, el método seria emplear un ZOH y un dispositivo MUESTREADOR.

c) Representar el diagrama de bloques del esquema de control por realimentación del estado y de la salida, de forma que se elimine el error en régimen permanente a la vez que se ubican los polos del sistema (debe utilizarse el propio integrador del sistema no pudiéndose añadir ningún integrador adicional)

PLANTA: (DISCRETO)

$$x(k+1) = Gx(k) + Hu(k)$$

$$y(k) = Cx(k)$$

ECUACION DEL REGULADOR:

$$u(k) = -Kx(k)$$

LA NUEVA ECUACION CON REGULADOR:

$$x(k+1) = (G - HK)x(k) \ldots (*)$$

ECUACION CARACTERISTICA:

$$|ZI-(G-HK)|=0 \rightarrow \text{LAS RAICES SON LOS POLOS}$$

TRANSFORMADA Z DE (*)

$$zx(z)=(G-HK)x(z)$$

ECUACION DE SALIDA:

$$y(k)=Cx(k) \rightarrow y(z)=Cx(z)$$

K: MATRIZ DE REALIMENTACION

¡Lo que interesa es localizar los polos!

El diagrama de bloques del sistema por realimentación de estados seria

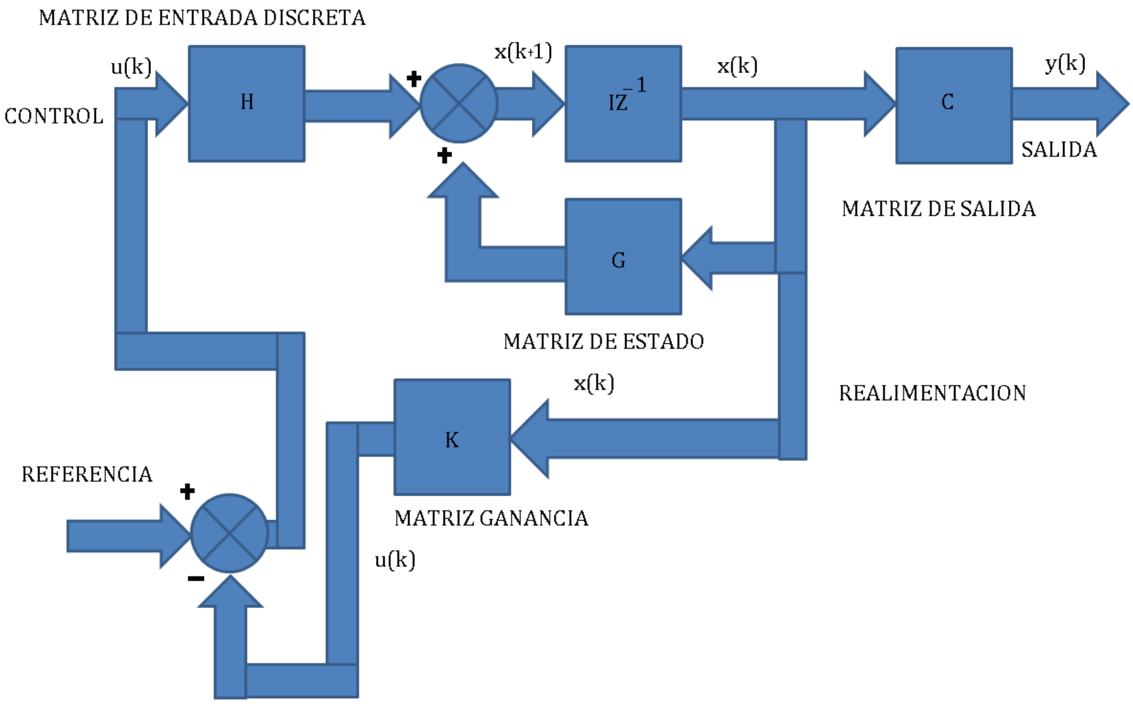

Figura03: sistema regulador

d) Explicar detalladamente el método de cálculo de las matrices de realimentación del modelo propuesto

PASOS PARA EL DISEÑO USANDO EL METODO PRÁCTICO:

1.- Verificar CONTROLABILIDAD del proceso discreto:

$$M=(H \;\; GH \;\; \dots \;\; G^{n-1}H)$$

Si rango $M=n$, entonces el proceso es completamente controlable CC, luego proseguir con el siguiente paso.

2.- Elegir polos deseados de lazo cerrado

$$\mu 1, \mu 2, \ldots, \mu n$$

3.- Determinar la ecuación característica deseada

$$(z-\mu 1)(z-\mu 2)\ldots(z-\mu n)=z^{n}+\alpha 1 z^{n-1}+\alpha 2 z^{n-2}+\cdots+\alpha n-1 z+\alpha n=0 \ldots(*)$$

Donde $\alpha 1, \alpha 2, \alpha 3, \ldots, \alpha n$ son los coeficientes de la ecuación característica de lazo cerrado deseado

4.- Determinar la ecuación característica de lazo cerrado:

$$|zI-(G-HK)|=0 \ldots(**)$$

5.- Determinar la matriz de ganancia del regulador

Igualando los coeficientes de las ecuaciones (*) y (**) se obtiene los valores de $k1, k2, \ldots, kn$

Entonces:

$$K=(k1 \;\; k2 \;\; \ldots \;\; kn)$$

e) Realizar el cálculo del esquema de control diseñado anteriormente que ubique los polos del sistema en $z1,2=0.9$ partiendo de los siguientes datos:

$$\boldsymbol{k=0.857}$$

$$\boldsymbol{Kv=163}$$