

## CAPÍTULO 7

# CONVERTIDORES DC/AC

---

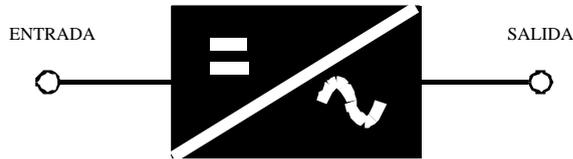
### 7.1 Introducción

Los inversores estáticos son circuitos que generan una tensión o intensidad alterna a partir de una fuente de continua.

La aparición de los transistores de potencia y los tiristores ha facilitado enormemente la solución de esta función, promoviendo la proliferación de diversos circuitos con muy buenas características que hubieran sido de difícil realización mediante las técnicas clásicas.

Los inversores u onduladores se pueden estudiar como rectificadores controlados funcionando en sentido inversor. Sin embargo, estos dispositivos tienen la característica, que en muchas ocasiones es un gran inconveniente, de que para transformar la energía de corriente continua en alterna deben conectarse a una fuente alterna del exterior que impone la frecuencia de funcionamiento, con lo cual se les llama inversores controlados o guiados (inversores no autónomos).

En la mayoría de las ocasiones se precisan inversores que funcionen autónomamente, es decir, que no estén conectados a ninguna fuente de corriente alterna exterior y que la frecuencia sea función de las características propias del sistema. Éstos son conocidos como inversores u onduladores autónomos. Su representación simbólica se aprecia en la figura 7.1.



**Fig.7.1**  
Símbolo del inversor autónomo.

En muchas ocasiones estos dispositivos se utilizan para aplicaciones que exigen una componente de armónicos muy pequeña, una estabilidad de tensión y frecuencia de salida muy grande. La disminución de armónicos se logra con procedimientos adecuados de disparo, control y con la colocación de filtros especiales a la salida del inversor. En cuanto a la estabilidad, regulación y control de la tensión y de la frecuencia se logra mediante el funcionamiento en bucle cerrado.

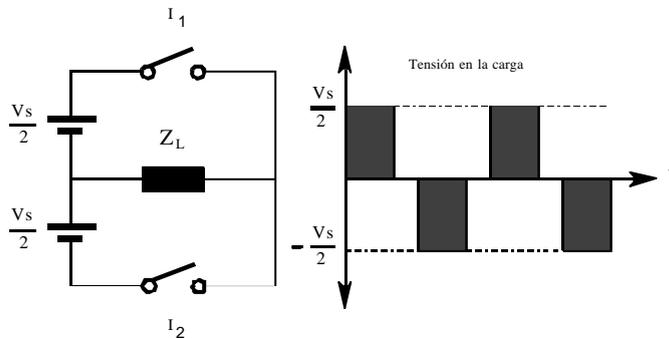
Los inversores tienen múltiples aplicaciones, entre las cuales podemos destacar los *Sistemas de Alimentación Ininterrumpida (S.A.I.)*, que se emplean para la alimentación de ordenadores u otros equipos electrónicos que a la vez que una gran seguridad de funcionamiento deben tener una gran estabilidad de tensión y frecuencia. El control de motores de C.A., instalaciones de energía solar fotovoltaica, etc.

### 7.1.1 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO.

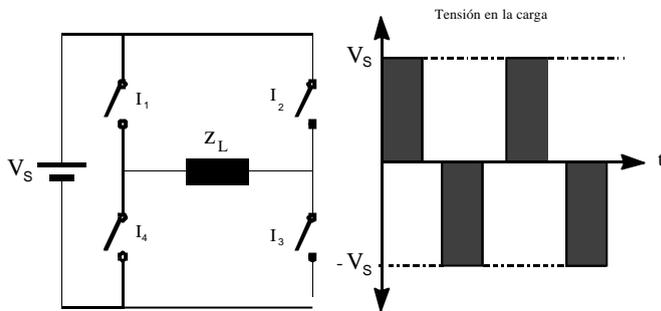
Para conseguir una corriente alterna partiendo de una corriente continua necesitamos un conjunto de interruptores que puedan ser conectados y desconectados a una determinada carga de manera que la salida sea positiva y negativa alternativamente.

Cada uno de estos interruptores debe de estar constituido por un par de tiristores o transistores para que la corriente pueda circular en los dos sentidos, aunque en la práctica cada interruptor estará compuesto por un tiristor o transistor y un diodo.

Los circuitos más básicos que se pueden dar de inversores se muestran en las figuras 7.2 y 7.3.



**Fig.7.2**  
Circuito básico con batería con toma intermedia.



**Fig.7.3**  
Circuito básico sin batería de toma intermedia. Configuración en puente.

El circuito de la figura 7.2, tiene el inconveniente de necesitar una fuente con toma intermedia, mientras que en el circuito de la figura 7.3 este problema se ha solventado utilizando cuatro interruptores los cuales se cierran dos a dos; durante el primer semiperíodo se cierran  $I_1$  e  $I_3$ , y durante el segundo lo hacen  $I_2$  e  $I_4$ . Además con el circuito de la figura 7.3, a igualdad de valor de la batería, tenemos una tensión de salida igual al doble que la del circuito de la figura 7.2.

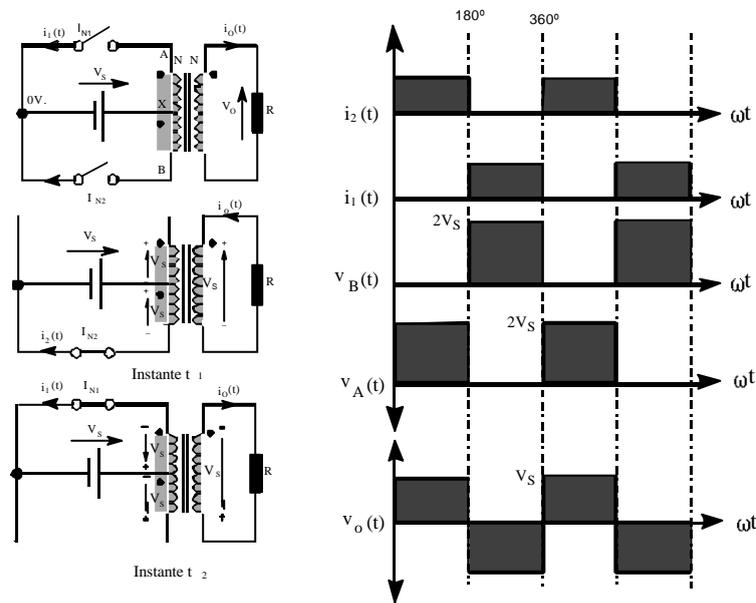
## 7.2 Configuración del circuito de potencia

Se entiende por tal la disposición general que adopta el circuito de potencia, incluyendo la fuente de C.C. y la carga, controlado por los circuitos de excitación y de bloqueo (estos últimos en el caso de utilizar tiristores).

Suelen distinguirse tres configuraciones: con transformador de toma media, con batería de toma media y configuración en puente. Cada una de ellas tiene sus ventajas e inconvenientes, como se expondrán más adelante, independientemente de los semiconductores empleados en su realización y de su circuitería auxiliar de excitación y bloqueo.

### 7.2.1 TRANSFORMADOR CON TOMA MEDIA.

En la figura 7.4 se describe este circuito y las formas de onda de las variables más interesantes.



**Fig.7. 4**  
Inversor con transformador de toma media.

La fuente de C.C. está representada por una batería de tensión  $V_s$ . El polo positivo está permanentemente conectado a la toma media de un transformador que se considera ideal (intensidad magnetizante nula, resistencia de los devanados nula, inductancia de dispersión nula). El polo negativo de la batería, que se toma como referencia de tensiones para el circuito asociado al primario, se conecta alternativamente a

los extremos A y B del primario mediante los interruptores  $I_{N1}$  e  $I_{N2}$ , cuya secuencia de funcionamiento queda representada en la figura 7.4.

En los semiperíodos en que  $I_{N1}$  está abierto e  $I_{N2}$  cerrado, como sucede en el instante  $t_1$ , se imprime a los terminales X-B del transformador una tensión  $V_s$  con la polaridad indicada en la segunda figura. Suponiendo que los devanados AX, XB y el secundario tienen el mismo número de espiras  $N$ , se tendrá que la tensión de salida es:

$$v_o(t) = V_s$$

atendiendo a los terminales correspondientes durante el semiperíodo y que es independiente de la intensidad que circula por la carga. Se ha supuesto, para simplificar al máximo en este primer esquema, que la carga es una resistencia pura de valor  $R$ . La intensidad de salida durante este semiperíodo es, por lo tanto:

$$i_o(t) = \frac{v_o(t)}{R} = \frac{V_s}{R} = I_o$$

La tensión del punto A respecto del X es igual a  $V_s$  y, según los terminales correspondientes, positiva. Por lo tanto  $I_{N1}$  queda sometido a una tensión  $2V_s$  cuando está abierto.

Durante los semiperíodos en que  $I_{N1}$  está cerrado e  $I_{N2}$  abierto, como sucede en el instante  $t_2$  (véase el tercer esquema), la tensión de la batería está aplicada a los terminales AX del primario y la tensión de salida es:

$$v_o(t) = -V_s$$

como puede deducirse de la inspección de los terminales correspondientes, la intensidad de salida resulta:

$$i_o(t) = -\frac{V_s}{R} = -I_o$$

El interruptor  $I_{N2}$  también queda sometido a una tensión  $2V_s$  cuando está abierto. Los circuitos reales con transistores o tiristores someten por tanto estos dispositivos a picos de tensión todavía mayores a  $2V_s$  debido a las inevitables oscilaciones que tienen lugar en las conmutaciones. Por dicha razón esta configuración no es adecuada para trabajar con tensiones de alimentación altas. El transformador de toma media tiene un grado de utilización bajo en el primario y empeora bastante el rendimiento en los circuitos prácticos, por lo que no es aconsejable emplear esta configuración para potencias superiores a 10 KVA.

La tensión resultante en la salida es una onda cuadrada de amplitud  $V_s$  independiente de la intensidad para cualquier tipo de carga, cuya frecuencia está determinada por la velocidad de cierre y apertura de los interruptores, y en los circuitos prácticos por la frecuencia de los impulsos de excitación de los semiconductores.

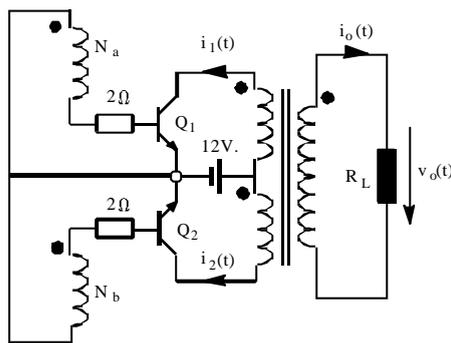
La intensidad de batería en este circuito es perfectamente continua e igual a  $V_s/R$ .

### Ejemplo 7.1



Sea el circuito de la figura con transistores de paso autoexcitados, en donde el número de espiras de cada devanado primario es de 30, la intensidad de pico de cada devanado primario tiene un valor de 1 A. La carga es resistiva y disipa 100 W a 220 V. En la batería C.C. tenemos una tensión  $V_s = 12$  V.

Suponiendo las caídas nulas en el transformador y en los transistores, calcular:



- Número de espiras del secundario para obtener a la salida 220 V eficaces.
- Corriente de pico en los transistores.
- Número de espiras del devanado auxiliar de base de los transistores de forma que la corriente en dichas bases sea diez veces menor que la de pico de los colectores.
- Dibujar las formas de onda de la tensión e intensidad de salida así

como las corrientes de colector.

*Solución:*

- El circuito esquematiza a dos transistores en contrafase que trabajan en saturación.
- Las bases de los transistores están excitadas por las intensidades de los devanados primarios.
- Las relaciones de transformación son:

$$I_1 N_1 = I_2 N_2 \qquad \frac{N_1}{V_1} = \frac{N_2}{V_2}$$

a) Aplicando la relación de transformación:

$$\frac{N_1}{V_1} = \frac{N_2}{V_2} \quad N_2 = \frac{N_1 V_2}{V_1} = \frac{30 \times 220}{12} = 550 \text{ espiras}$$

b) De la carga obtenemos:

$$P_{o(RMS)} = V_{o(RMS)} \times I_{o(RMS)} = \frac{P_{o(RMS)}}{V_{o(RMS)}} = \frac{100}{220} = 0.45 \text{ A}$$

De la relación de transformación:

$$I_1 N_1 = I_2 N_2 \quad I_1 = \frac{I_2 \times N_2}{N_1} = \frac{0.45 \times 550}{30} = 8.3 \text{ A}$$

La intensidad de pico en los transistores, teniendo en cuenta la intensidad magnetizante del devanado correspondiente dada en el enunciado, será:

$$I_{pQ} = I_1 + I_m = 8.3 + 1 = 9.3 \text{ A}$$

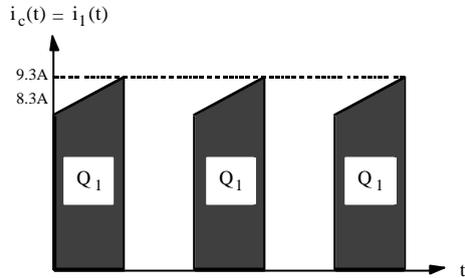
c) Como la intensidad de base  $I_{bQ}$  de cada transistor debe ser diez veces menor, tenemos que:

$$I_{bQ} = \frac{I_{cQ}}{10} = \frac{I_1}{10} = \frac{I_2}{10} = \frac{9.3}{10} = 0.93 \text{ A}$$

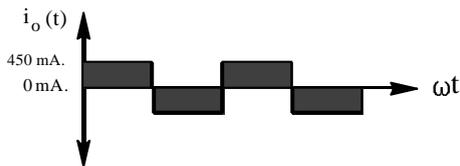
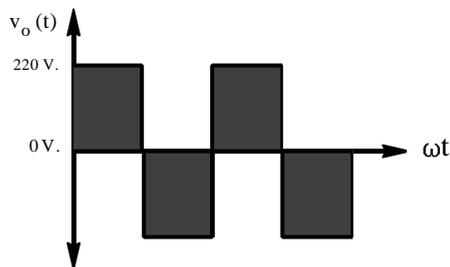
De la relación de transformación tenemos que:

$$N_b \times I_{bQ} = N_1 \times I_1 \quad N_b = \frac{N_1 \times I_1}{I_{bQ}} = \frac{30 \times 8.3}{0.93} = 267 \text{ espiras} = N_a$$

d) Las formas de onda de la tensión e intensidad de salida así como las corrientes de colector son las mostradas en las dos figuras siguientes:

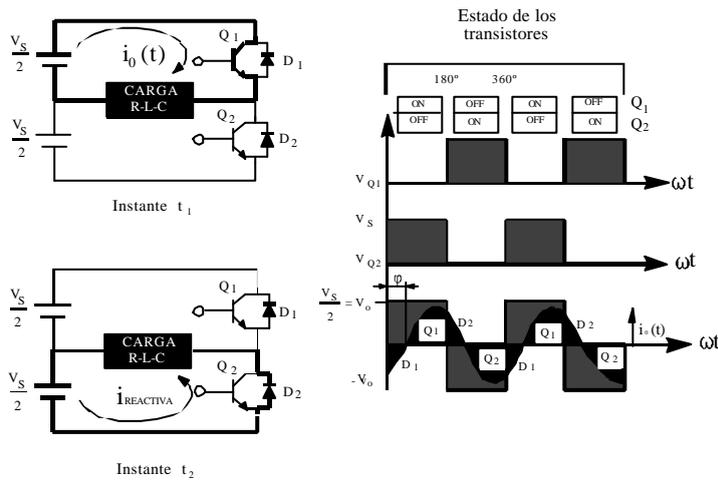


**Fig.7. 5**  
Intensidad de colector.



**Fig.7. 6**  
Tensión e intensidad de salida.

### 7.2.2 BATERIA CON TOMA MEDIA.



**Fig.7. 7**  
Circuito inversor con batería de toma media.

En esta configuración, un extremo de la carga está conectado permanentemente al punto medio de la batería o fuente de C.C. El otro extremo se conecta alternativamente a los polos positivo y negativo mediante semiconductores de potencia. En el caso de la figura 7.7 se ha optado por transistores.

Durante los semiperíodos en que  $Q_1$  está excitado y saturado, la tensión en el extremo derecho de la carga es  $+V_S/2$  respecto de la toma media de la batería, salvo caídas de tensión despreciables en el semiconductor. Durante los semiperíodos en que se excita  $Q_2$ , la tensión en dicho extremo de la carga es  $-V_S/2$ . La tensión resultante en la carga es una onda cuadrada de amplitud  $V_S/2$ .

La tensión que deben soportar los semiconductores es igual a la tensión de la batería o fuente de C.C. más las sobretensiones que se produzcan en los circuitos prácticos.

Esta configuración es más adecuada para tensiones altas de la fuente C.C. que la configuración con transformador de toma media, pero tiene el inconveniente de que la tensión en la carga es sólo la mitad de la que hay en la batería.

Para realizar las ondas de intensidad de salida  $i_o(t)$  se ha supuesto por simplicidad que la carga consiste en un circuito RLC que tiene una impedancia a los armónicos de la tensión de salida de forma que absorbe una intensidad  $i_o(t)$  senoidal pura. El ángulo de retardo  $\mathbf{j}$  de dicha intensidad respecto a la componente fundamental de  $v_o(t)$  se ha supuesto de  $60^\circ$ .

Observando la evolución relativa de  $v_o(t)$  e  $i_o(t)$  se confirma la necesidad de disponer diodos en antiparalelo con los transistores que permitan la circulación de la intensidad reactiva.

Durante los intervalos de conducción de los diodos, la carga devuelve intensidad a la batería porque ésta absorbe intensidad por el terminal positivo de la mitad que opera en cada caso, (la intensidad tiende a circular en el mismo sentido que en el instante anterior).

El ángulo o período de conducción de los diodos coincide con el argumento  $\mathbf{j}$  de la impedancia de carga, siendo nulo para una carga con  $\cos \mathbf{j} = 1$ , en cuyo caso podrían eliminarse los diodos. El mayor período de conducción para los diodos y menor para los transistores se da con carga reactiva pura, tanto capacitiva como inductiva  $\cos \mathbf{j} = 0$ , ambos períodos son de  $90^\circ$ .

El valor medio de la intensidad conducida por cada transistor es:

$$I_{Q(AV)} = \frac{1}{2\mathbf{p}} \int_0^{\mathbf{p}\mathbf{j}} I_p \operatorname{sen}(\mathbf{w}t) dt = \frac{I_p}{2\mathbf{p}} [1 - \cos(\mathbf{p} - \mathbf{j})] \quad \text{E 7.1}$$

y la de cada diodo:

$$I_{D(AV)} = \frac{I_p}{2p} (1 - \cos \mathbf{j}) = \frac{1}{2p} \int_{p-j}^p I_p \operatorname{sen}(\omega t) dt \quad \text{E 7.2}$$

siendo  $I_p$  el valor de pico de la intensidad de salida.

La corriente media entregada al circuito por cada mitad de batería es igual a la que circula por los transistores menos la que circula por los diodos, es decir:

$$I_{S(AV)} = \frac{I_p}{2p} [\cos \mathbf{j} - \cos (p - \mathbf{j})] \quad \text{E 7.3}$$

La tensión eficaz de salida viene dada por la siguiente expresión:

$$V_{o(RMS)} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \frac{V_s^2}{4} dt} = \frac{V_s}{2} \quad \text{E 7.4}$$

La tensión instantánea de salida expresada en series de Fourier será:

$$v_o(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2V_s}{n p} \operatorname{sen}(n \omega t) \quad \text{para } n = 1, 3, 5, \dots \quad \text{E 7.5}$$

cuando la frecuencia de la tensión de salida en rad/seg., es  $\omega = 2\pi f$ . Para  $n = 1$  tendremos un valor eficaz de la componente fundamental de:

$$V_{o1(RMS)} = \frac{2V_s}{n\sqrt{2}} = 0.45 V_s \quad \text{E 7.6}$$

Para una carga RLC la corriente instantánea de salida viene dada por:

$$i_o(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2V_s}{n p \sqrt{R^2 + \left( n \omega L - \left( \frac{1}{n \omega C} \right) \right)^2}} \operatorname{sen}(n \omega t - \mathbf{j}_n) \quad \text{E 7.7}$$

$$\mathbf{j}_n = \operatorname{arctg} \frac{\left( n \omega L - \frac{1}{n \omega C} \right)}{R}$$

donde  $n = 1, 3, 5, \dots$

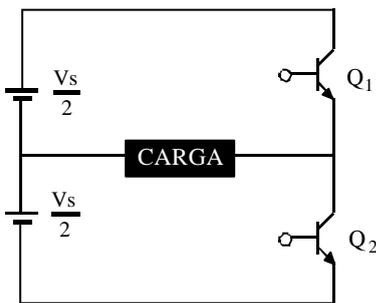
Si  $I_{o1(RMS)}$  es la intensidad eficaz del fundamental en la carga, la potencia a la salida:

$$P_{o1(RMS)} = V_{o1(RMS)} \times I_{o1(RMS)} \times \cos \mathbf{j}_1 = I_{o1(RMS)}^2 \times R = \left( \frac{2V_s}{\sqrt{2p} \sqrt{R^2 + \left[ \omega L - \left( \frac{1}{\omega C} \right) \right]^2}} \right)^2 \times R \quad \text{E 7.8}$$

### Ejemplo 7.2



Dado el circuito inversor con batería de toma media de la figura, donde  $V_s = 48 \text{ V}$  y la carga es resistiva y de valor  $R = 2.4 \text{ W}$ . Calcular:



- La tensión eficaz de salida a la frecuencia del fundamental  $V_{o1(RMS)}$ .
- Potencia eficaz de salida  $P_{o(RMS)}$ .
- La corriente media y de pico de cada transistor.
- La tensión inversa de pico  $V_{Q(BR)}$  de bloqueo cada transistor.
- La distorsión armónica total THD.
- El factor de distorsión DF.
- El factor armónico y el factor de distorsión del armónico de menor orden.
- Simular este circuito con Pspice y obtener: Tensión e intensidad en la carga. Intensidades instantánea y media en los transistores. Análisis espectral de Fourier. Listado de componentes de Fourier para la tensión de salida. Comparar los resultados con los obtenidos teóricamente.

*Solución:*

a) Según la ecuación 7.6, la tensión eficaz de salida a la frecuencia del fundamental es:

$$V_{o1(RMS)} = 0.45 \times 48 = 21.6 \text{ V}$$

b) La potencia de salida se calcula como sigue:

$$V_{o(RMS)} = \frac{V_s}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ V} \quad P_{o(RMS)} = \frac{V_{o(RMS)}^2}{R} = \frac{24^2}{2.4} = 240 \text{ W}$$

c) La corriente de pico de cada transistor es:

$$I_{pQ} = \frac{V_s}{R} = \frac{24}{2.4} = 10 \text{ A}$$

Cada transistor conduce durante el 50 % de cada ciclo, por tanto, la corriente media que circula por cada transistor es:

$$I_{Q(AV)} = 0.5 \times 10 = 5 \text{ A}$$

d) La tensión inversa de pico de bloqueo de cada transistor es:

$$V_{Q(BR)} = 2 \times 24 = 48 \text{ V}$$

e) La distorsión total es:

$$\begin{aligned} THD &= \frac{1}{V_{o1}} \sqrt{\left( \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} V_{on}^2 \right)} = \frac{1}{V_{o1(RMS)}} \sqrt{V_{o(RMS)}^2 - V_{o1(RMS)}^2} = \\ &= \frac{1}{21.6} \sqrt{(24^2 - 21.6^2)} = 0.4834 = 48.34\% \end{aligned}$$

como  $V_{o(RMS)} = 24 \text{ V}$  y  $V_{o1(RMS)} = 21.6 \text{ V}$ , los demás armónicos aportan:

$$24 - 21.6 = 2.4 \text{ V}$$

f) La tensión eficaz de todos los armónicos exceptuando la del fundamental viene representado por  $V_H$  y es:

$$V_H = \sqrt{\left( \sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} \frac{V_{on}^2}{n^2} \right)} = \sqrt{\left( \frac{V_{o3}}{3^2} \right)^2 + \left( \frac{V_{o5}}{5^2} \right)^2 + \left( \frac{V_{o7}}{7^2} \right)^2 + \dots}$$

Como:

$$V_{on} = \frac{V_{o1}}{n} \quad V_{o1} = 0.45 \times V_s \quad \Rightarrow \quad V_{on} = \frac{0.45 \times V_s}{n}$$

La tensión eficaz de todos los armónicos quedará, sustituyendo la igualdad anterior en la expresión de  $V_H$ , como:

$$V_H = V_s \sqrt{\left(\frac{0.45}{3^3}\right)^2 + \left(\frac{0.45}{5^3}\right)^2 + \left(\frac{0.45}{7^3}\right)^2 + \left(\frac{0.45}{9^3}\right)^2 + \left(\frac{0.45}{11^3}\right)^2 \dots} \approx 0.01712 V_s$$

El factor de distorsión, será:

$$DF = \frac{V_H}{V_{o1}} = 0.01712 \frac{V_s}{V_{o1}} = 3.804 \%$$

g) El armónico de orden más bajo es el tercero (armónico que produce mayor distorsión después del fundamental):

$$V_{o3} = \frac{V_{o1}}{3} \quad \Rightarrow \quad V_{o3(RMS)} = \frac{21.6}{3} = 7.2 V$$

Factor armónico (distorsión normalizada del tercer armónico):

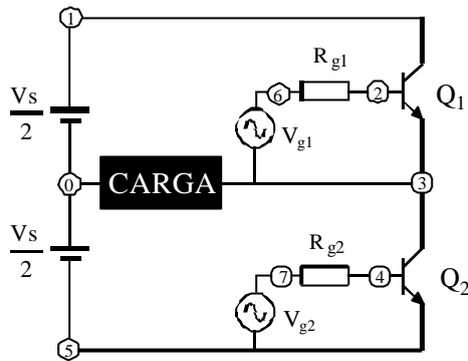
$$HF_3 = \frac{V_{o3}}{V_{o1}} = \frac{\left(\frac{V_{o1}}{3}\right)}{V_{o1}} = \frac{1}{3} = 33.33\%$$

Factor de distorsión del tercer armónico:

$$DF_3 = \frac{\left(\frac{V_{o3}}{3^2}\right)}{V_{o1}} = \frac{\left(\frac{V_{o1}}{3^3}\right)}{V_{o1}} = \frac{1}{27} = 3.704\%$$

h) Para simular el circuito hay que excitar los transistores con fuentes de tensión alternas y desfasadas entre sí  $180^\circ$ . Estas fuentes excitan a los transistores a través de una resistencia de base  $R_g$  tal como se muestra en la figura.

Las demás consideraciones para el análisis se pueden observar en el listado de la simulación que proporcionamos más abajo.



Los valores tomados de la simulación son:

$$\begin{aligned} R &= 2.4 \, \Omega \\ V_{g1} &= V_{g2} = 5 \, \text{V} \\ R_{g1} &= R_{g2} = 100 \, \Omega \\ V_S &= 48 \, \text{V} \\ f &= 50 \, \text{Hz} \end{aligned}$$

El listado para la simulación se muestra a continuación:

### (T7E2.CIR) SIMULACION DEL EJEMPLO 7.2 \*CIRCUITO INVERSOR CON BATERIA DE TOMA MEDIA

\* Resistencias:

RG1 6 2 100 ; Resistencia de base del transistor Q1

RG2 4 7 100 ; Resistencia de base del transistor Q2

\* Fuentes excitadoras de los transistores:

VG1 6 3 PULSE(5 0 0 0 0 10M 20M)

VG2 7 5 PULSE(5 0 10M 0 0 10M 20M)

\* Fuente c.c. de toma media:

V1S/2 1 0 24

V2S/2 0 5 24

\* Carga:

R 3 0 2.4

\* Transistores y definicion del modelo QMOD mediante una linea .MODEL:

Q1 1 2 3 QMOD

Q2 3 4 5 QMOD

.MODEL QMOD NPN (IS=6.374F BF=416.4 CJC=3.6P CJE=4.4P)

\* Parametros para el analisis con Pspice:

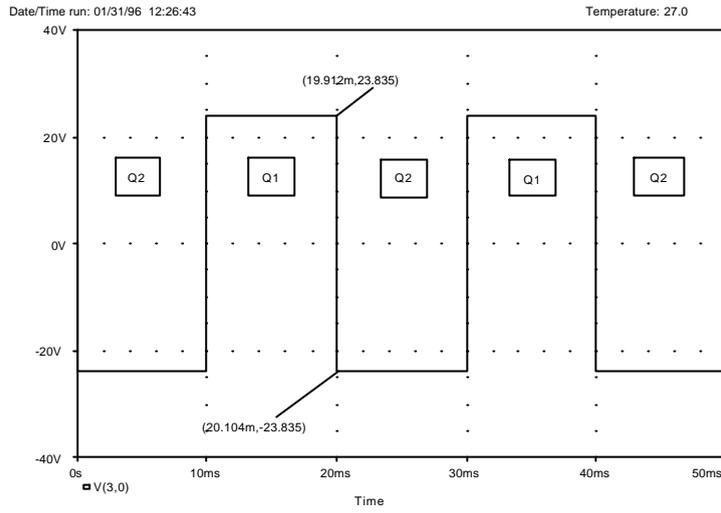
.OP

.PROBE

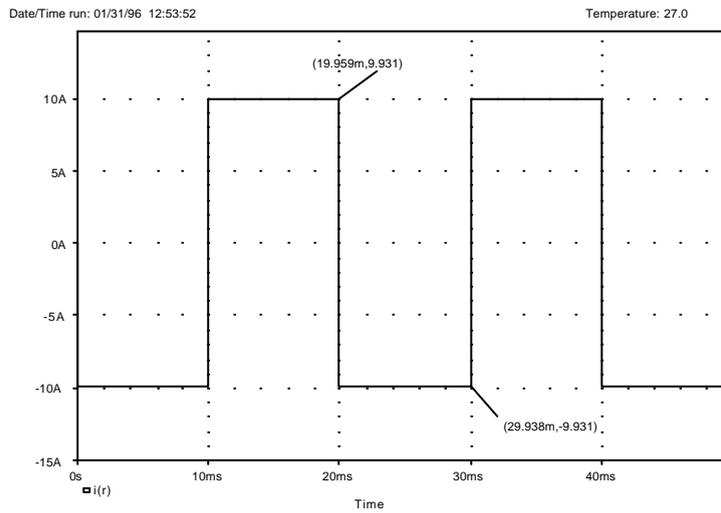
.four 50 V(3,0) ; \*ipsp\*

.tran 1.000u .3 0 0 ; \*ipsp\*

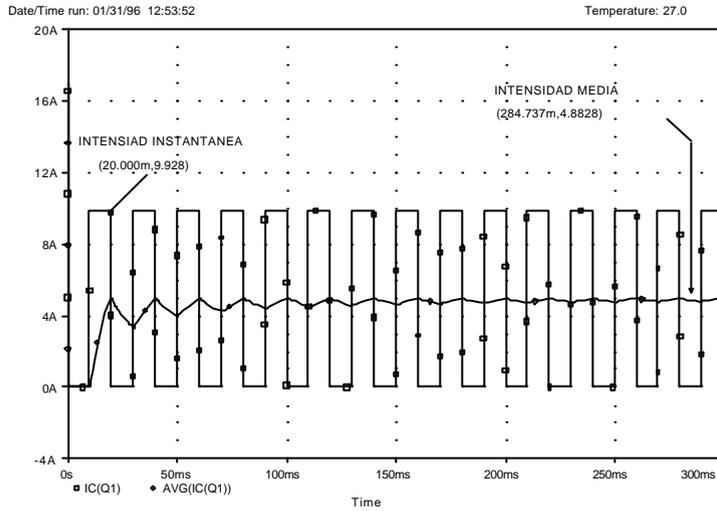
.END



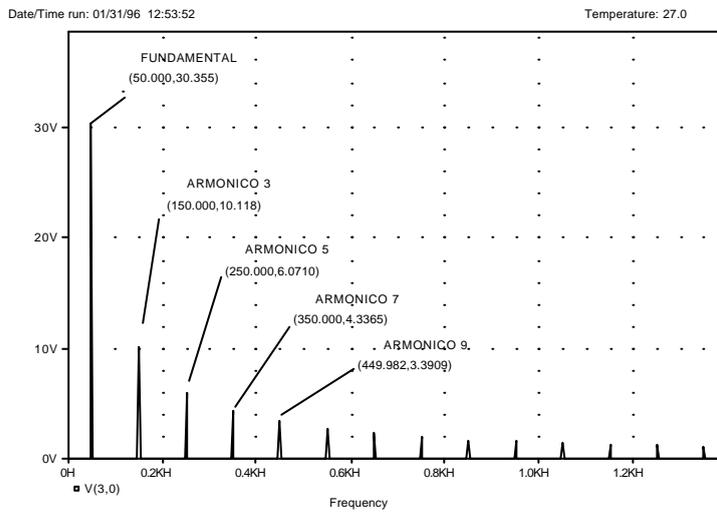
**Fig.7. 8**  
Tensión en la carga.



**Fig.7. 9**  
Intensidad en la carga.



**Fig.7. 10**  
Intensidad instantánea y media en los transistores.



**Fig.7. 11**  
Análisis espectral de Fourier de la tensión de salida.

El listado de las componentes de Fourier se encuentra al final del archivo T7E2.OUT que crea el programa durante la simulación. Para este ejemplo tenemos:

**(T7E2.CIR) SIMULACION DEL EJEMPLO 7.2  
FOURIER COMPONENTS OF TRANSIENT RESPONSE V(3,0)**

DC COMPONENT = -8.733163E-10

HARMONIC NO	FREQUENCY (HZ)	FOURIER COMPONENT	NORMALIZED COMPONENT	PHASE (DEG)	NORMALIZED PHASE (DEG)
1	5.000E+01	3.035E+01	1.000E+00	1.800E+02	0.000E+00
2	1.000E+02	1.547E-09	5.098E-11	-1.035E+01	-1.903E+02
3	1.500E+02	1.012E+01	3.333E-01	1.799E+02	-3.600E-02
4	2.000E+02	1.060E-09	3.493E-11	7.437E+01	-1.056E+02
5	2.500E+02	6.070E+00	2.000E-01	1.799E+02	-7.200E-02
6	3.000E+02	5.697E-10	1.877E-11	1.760E+02	-3.992E+00
7	3.500E+02	4.335E+00	1.429E-01	1.799E+02	-1.080E-01
8	4.000E+02	3.840E-10	1.265E-11	-5.516E+01	-2.351E+02
9	4.500E+02	3.372E+00	1.111E-01	1.798E+02	-1.440E-01

TOTAL HARMONIC DISTORTION = 4.287947E+01 PERCENT

La comparación entre los datos teóricos y los que nos ofrece Pspice se muestra en la siguiente tabla:

TEÓRICO		PSPICE	
Apartado	Dato	Gráfica	Dato
a)	$V_{o1(RMS)} = 21.6 \text{ V}$	listado comp. Four.	$V_{o1(RMS)} = 21.46 \text{ V}$
b)	$V_o(RMS) = 24 \text{ V}$	(7.8)	$V_o(RMS) = 23.835 \text{ V}$
c)	$I_{pQ} = 10 \text{ A}$	(7.10)	$I_{pQ} = 9.928 \text{ A}$
c)	$I_{Q(AV)} = 5 \text{ A}$	(7.10)	$I_{Q(AV)} = 4.8828 \text{ A}$
e)	THD = 48.34%	listado comp. Four.	THD = 42.8%
f)	HF <sub>3</sub> = 33.33%	listado comp. Four.	HF <sub>3</sub> = 33.33%
g)	$V_{o3(RMS)} = 7.2 \text{ V}$	listado comp. Four.	$V_{o3(RMS)} = 7.156 \text{ V}$

Los datos obtenidos teóricamente y los que el programa proporciona son muy similares, esto se puede comprobar observando el valor de la tensión en la figura 7.8 y el que obtenemos teóricamente en el apartado “b”.

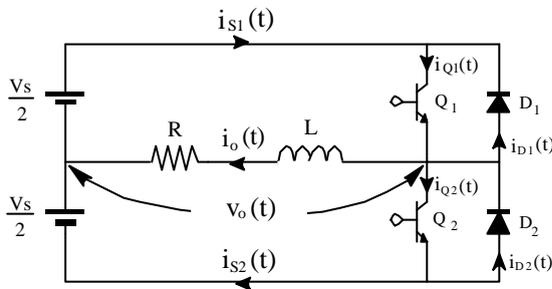
La pequeña diferencia existente radica en que el programa realiza los cálculos con componentes semirreales. Estos cálculos se pueden aproximar más a los reales cuanto más complejos sean los modelos de los componentes utilizados en Pspice.

La variación existente entre la distorsión armónica total THD que proporciona Pspice con respecto a la teórica se debe a que el programa sólo tiene en cuenta, como ya hemos mencionado, los nueve primeros armónicos.

### Ejemplo 7.3



Dado el inversor monofásico de batería de toma media de la figura, donde  $V_s = 600$  V,  $R = 10$  W,  $L = 0.05$  H y la frecuencia  $f = 50$  Hz. Calcular:



- Intensidad máxima  $I_o$  en la carga.
- Tiempo de paso por cero de la intensidad en la carga después de un semiciclo.
- Intensidad media  $I_{Q(AV)}$  por los transistores.
- Intensidad media  $I_{D(AV)}$  por los diodos.

Solución:

- Para el primer intervalo, en el que conduce  $Q_1$ , la ecuación de su malla será:

$$\frac{V_s}{2} = v_o(t) = R \times i_o(t) + L \frac{di_o(t)}{dt}$$

y para el segundo intervalo tendremos:

$$-\frac{V_s}{2} = v_o(t) = R \times i_o(t) + L \frac{di_o(t)}{dt}$$

Estas dos ecuaciones son iguales salvo en el signo, por tanto, su solución es:

$$i_o(t) = \left[ \frac{V_s}{2R} \right] \times \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) - I_o e^{-\frac{t}{\tau}}$$

donde:

$$I_o = \left( \frac{V_s}{2R} \right) \times \left( \frac{1 - e^{-\frac{T}{2t}}}{1 + e^{-\frac{T}{2t}}} \right) \quad t = \frac{L}{R} = \frac{0.05}{10} = 0.005 \text{ seg.}$$

Como  $f = 50$  Hz, tendremos un período  $T = 0.02$  seg., por tanto, la intensidad máxima en la carga es:

$$I_o = \left( \frac{600}{2 \times 10} \right) \times \left( \frac{1 - e^{-\frac{0.02}{2 \times 0.005}}}{1 + e^{-\frac{0.02}{2 \times 0.005}}} \right) = 22.85 \text{ A}$$

b) El tiempo  $t_1$  de paso por cero de la intensidad  $i_o(t)$  lo obtenemos igualando a cero la ecuación que rige a esta intensidad y sustituyendo en ella la ecuación de  $I_o$ . Haciendo esto obtendremos como solución:

$$t_1 = T \times \ln \left( \frac{2}{1 + e^{-\frac{T}{2t}}} \right) = 0.005 \times \ln \left( \frac{2}{1 + e^{-\frac{0.02}{2 \times 0.005}}} \right) = 2.83 \text{ msec.}$$

c) Como la carga no es resistiva, el desfase entre tensión e intensidad viene dado por:

$$\mathbf{j} = \arctg \left( \frac{\omega L}{R} \right) = \arctg \left( \frac{2\mathbf{p} \times 50 \times 0.05}{10} \right) = 57.51^\circ$$

El valor de la intensidad media por los transistores lo vimos en la teoría y viene dada por la ecuación:

$$I_{Q(AV)} = \frac{I_o}{2\mathbf{p}} [1 - \cos(\mathbf{p} - \mathbf{j})] = \frac{22.85}{2\mathbf{p}} [1 - \cos(180^\circ - 57.51^\circ)] = 5.6 \text{ A}$$

d) El cálculo para la intensidad media de los diodos se realiza de igual forma:

$$I_{D(AV)} = \frac{I_o}{2\mathbf{p}} (1 - \cos \mathbf{j}) = \frac{22.85}{2\mathbf{p}} (1 - \cos 57.51^\circ) = 1.68 \text{ A}$$

**Cuestión didáctica 7.1**



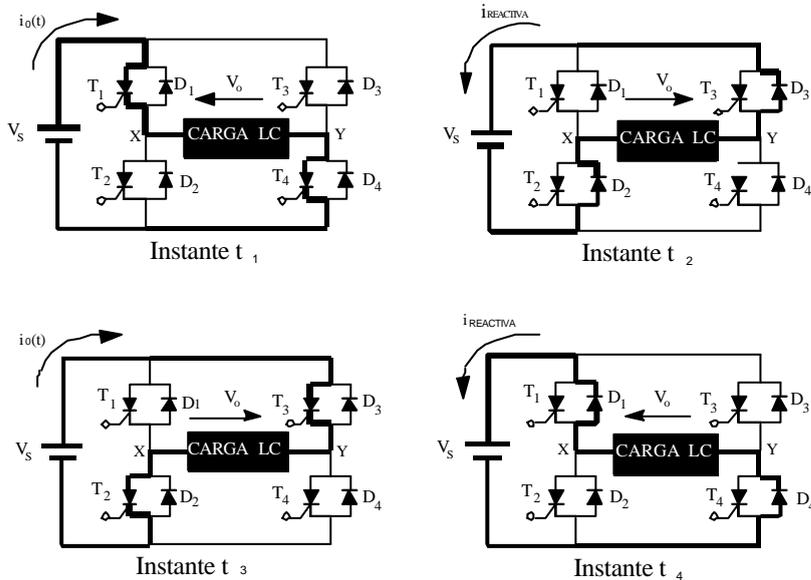
Dado un inversor monofásico con batería de toma media como el del ejemplo 7.3 que alimenta con una tensión alterna de  $T = 8$  mseg. a una resistencia  $R = 25 \text{ W}$  en serie con una bobina  $L = 0.05 \text{ H}$  a partir de una tensión continua  $V_S = 250 \text{ V}$ . Calcular:

- a) Intensidad de pico en la conmutación.
- b) Tiempo de conducción del diodo.
- c) Tiempo de conducción del transistor.
- d) Intensidad media en el diodo.

Solución:

a)  $I_o = 2.91 \text{ A}$ ; b)  $t_{D\text{on}} = 1.278 \text{ mseg.}$ ; c)  $t_{Q\text{on}} = 2.722 \text{ mseg.}$ ; d)  $I_{D(AV)} = 214.36 \text{ mA}$

**7.2.3 PUENTE MONOFASICO.**



**Fig.7. 12**  
Inversor monofásico.

Consta de dos ramas semiconductoras conectadas como se especifica en las figuras 7.12 y 7.13; en estas figuras se han materializado los circuitos mediante tiristores, a los cuales se han conectado diodos en antiparalelo para conducir la intensidad reactiva.

Manteniendo excitados  $T_1$  y  $T_4$  (instante  $t_1$ ), el extremo X de la carga queda conectado al polo positivo de la batería y el extremo Y al polo negativo, quedando la carga sometida a la tensión  $V_S$  de la batería. Bloqueando  $T_1$  y  $T_4$  y excitando  $T_2$  y  $T_3$  (instante  $t_2$ ), la tensión en la carga se invierte. Haciendo esto de forma alternativa, la carga queda sometida a una tensión alterna cuadrada de amplitud igual a la tensión de la batería  $V_S$ , lo cual supone una ventaja con respecto al inversor con batería de toma media. En contrapartida, aquí se necesitan el doble semiconductores que en dicha configuración.

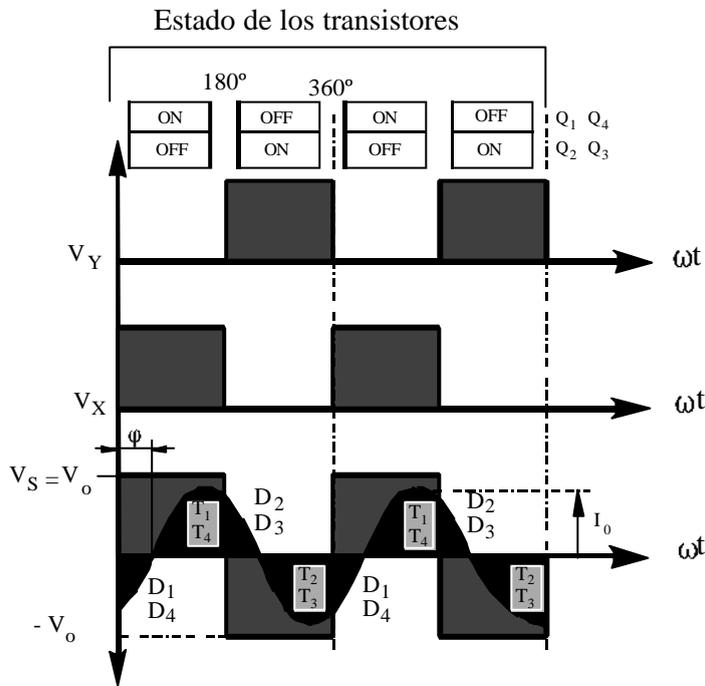


Fig.7. 13  
Formas de onda en la carga.

En la figura 7.13 se muestran los períodos de conducción, la forma de onda en la carga y los elementos que atraviesa la corriente en cada intervalo de tiempo. Para el instante  $t_2$  la carga tendrá una tensión positiva en el extremo “Y” y negativa en el “X”, por tanto, ésta se descargará a través de los diodos  $D_2$  y  $D_3$  cediendo potencia a la batería; en el instante  $t_1$  la tensión en la carga es la contraria que en el instante  $t_2$  y por tanto conducen los diodos  $D_1$  y  $D_4$ . En ambos intervalos de tiempo se libera la energía reactiva acumulada en la carga durante los instantes  $t_1$  y  $t_3$  respectivamente.

La forma de onda en la carga se ha representado suponiendo una impedancia infinita para los armónicos de la tensión de salida, y por tanto tenemos una tensión senoidal pura. El ángulo de retardo  $\varphi$  de la intensidad de carga con respecto a la onda fundamental de la tensión de salida se ha tomado aproximadamente de  $60^\circ$ .

Las ecuaciones 7.1 y 7.2 del apartado anterior siguen siendo válidas para este caso, pero la intensidad media suministrada por la batería es el doble de la expresada en 7.3.

Por otra parte la tensión eficaz de salida viene dada por:

$$V_{o(RMS)} = \sqrt{\frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} V_s^2 dt} = V_s \quad \text{E 7.9}$$

La tensión instantánea de salida en serie de Fourier difiere de la que teníamos para un circuito inversor con batería de toma media en que ahora tenemos el doble de tensión en la salida y por tanto:

$$v_o(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4V_s}{n\mathbf{p}} \text{sen}(n\omega t) \quad \text{para } n = 1,3,5,\dots \quad \text{E 7.10}$$

para  $n = 1$  tenemos el valor de la tensión eficaz de la componente fundamental:

$$V_{o1(RMS)} = \frac{4V_s}{\mathbf{p}\sqrt{2}} = 0.90 V_s \quad \text{E 7.11}$$

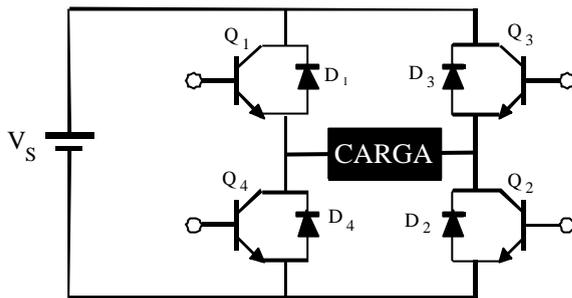
La intensidad instantánea de salida para una carga RLC será:

$$i_o(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4V_s}{n\mathbf{p} \sqrt{R^2 + \left( n\omega L - \left( \frac{1}{n\omega C} \right) \right)^2}} \text{sen}(n\omega t - \mathbf{j}_n) \quad \text{E 7.12}$$

$$\mathbf{j}_n = \text{arctg} \frac{n\omega L - \frac{1}{n\omega C}}{R}$$

**Ejemplo 7.4**

En el circuito de la figura la batería  $V_S = 48\text{ V}$  y la carga  $R = 2.4\text{ W}$ , calcular:



- Tensión eficaz del fundamental.
  - Potencia media en la carga.
  - Intensidad de pico y media de cada transistor.
  - Tensión inversa de pico  $V_{Q(BR)}$  de bloqueo de los transistores.
  - Distorsión armónica total THD.
  - Factor de distorsión DF.
- Factor armónico y factor de distorsión del armónico de menor orden.
  - Simular el circuito con Pspice y obtener: Las intensidades media e instantánea en  $Q_1$ . El análisis de Fourier que proporciona el programa. Comparación con los datos teóricos.

Solución:

- a) La tensión eficaz del fundamental viene dada por la ecuación 7.11 y es:

$$V_{o1(RMS)} = 0.90 \times 48 = 43.2\text{ V}$$

- b) La potencia media entregada a la carga viene dada por la ecuación genérica:

$$P_{o(AV)} = \frac{V_S^2}{R} = \frac{48^2}{2.4} = 960\text{ W}$$

- c) La intensidad de pico por cada pareja de transistores será:

$$I_{PQ} = \frac{48}{2.4} = 20\text{ A}$$

Cada rama del inversor conduce durante el 50% de cada ciclo, por tanto, la intensidad media de cada rama es:

$$I_{Q(AV)} = \frac{20}{2} = 10\text{ A}$$

d) La tensión de pico de bloqueo, será igual a la que tiene la fuente C.C. y es:

$$V_{BR} = 48 \text{ V}$$

e) Para calcular la distorsión armónica total THD de forma exacta necesitamos conocer la tensión aportada por todos los armónicos.

Como  $V_{o(RMS)} = 48 \text{ V}$  y  $V_{o1(RMS)} = 43.2 \text{ V}$ , los demás armónicos aportan:

$$48 - 43.2 = 4.8 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} THD &= \frac{1}{V_{o1}} \sqrt{\sum_{n=3,5,7,\dots}^{\infty} V_{on}^2} = \frac{1}{V_{o1(RMS)}} \sqrt{V_{o(RMS)}^2 - V_{o1(RMS)}^2} = \\ &= \frac{1}{43.2} \sqrt{48^2 - 43.2^2} = 48.43\% \end{aligned}$$

f) El factor de distorsión aplicando un filtro de segundo orden será:

$$DF = \frac{1}{V_{o1}} \sqrt{\sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} \left(\frac{V_{on}}{n^2}\right)^2} = \frac{1}{V_{o1}} \sqrt{\left(\frac{V_{o3}}{3^2}\right)^2 + \left(\frac{V_{o5}}{5^2}\right)^2 + \dots} = \frac{0.3424 V_s}{0.9 V_s} = 3.804\%$$

g) El armónico de orden más bajo es el tercero:

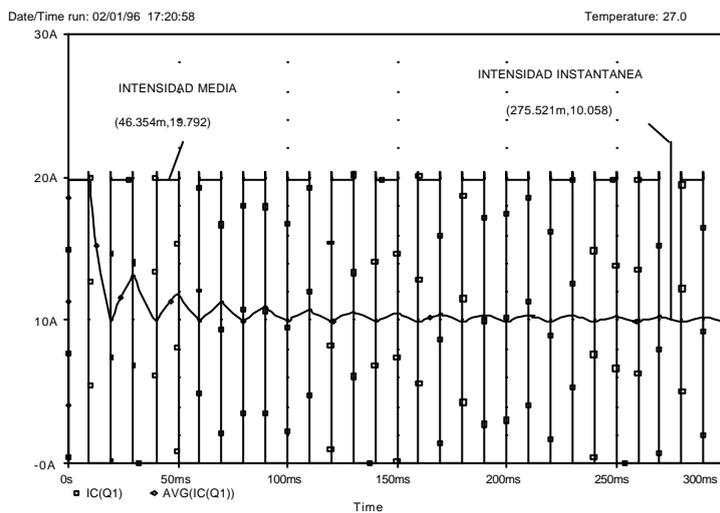
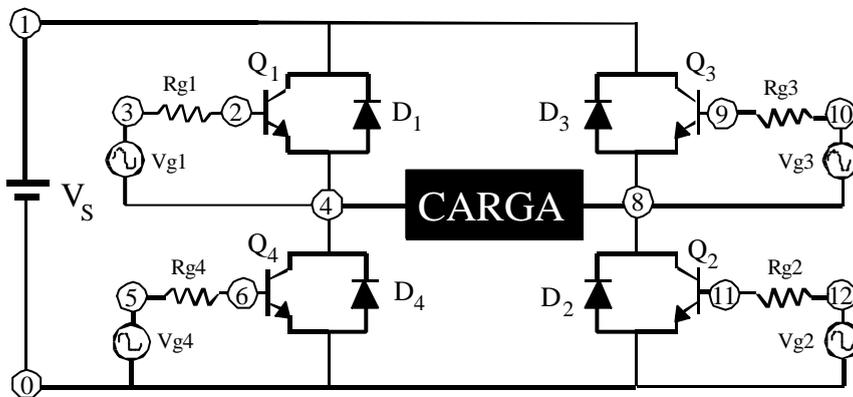
$$\begin{aligned} V_{o3} &= \frac{V_{o1}}{3} \\ HF_3 &= \frac{V_{o3}}{V_{o1}} = \frac{1}{3} = 33.33\% \\ DF_3 &= \frac{\left(\frac{V_{o3}}{3^2}\right)}{V_{o1}} = \frac{1}{27} = 3.704\% \end{aligned}$$

La tensión de pico inversa de bloqueo de cada transistor y la tensión de salida para inversores con batería de toma media e inversores en puente monofásico son las mismas, sin embargo, para el inversor en puente la potencia de salida es cuatro veces mayor y la componente del fundamental es el doble que en el inversor con batería de toma media.

h) Para simular el circuito hemos introducido cuatro fuentes de tensión alterna  $V_g$  con sus respectivas resistencias en serie  $R_g$ .

Los valores tomados para el circuito de la figura son:  $V_g = 5.8 \text{ V}$ ;  $f = 50 \text{ Hz}$  y  $R_g = 100 \Omega$ .

Los diodos que se introducen en el circuito no son necesarios para este análisis, puesto que la carga es puramente resistiva y no desfasa la tensión e intensidad de salida. Sin embargo, se ha introducido para que el lector pueda experimentar con otras cargas en este tipo de configuración.



**Fig.7. 14**  
Intensidades instantáneas y media en  $Q_1$ .

El listado para la simulación de este ejemplo se muestra a continuación:

**(T7E4.CIR) SIMULACION DEL EJEMPLO 7.4**

**\*INVERSOR EN PUENTE MONOFASICO CON BATERIA DE TOMA MEDIA.**

\* Transistores y definicion del modelo:

Q1 1 2 4 QMOD

Q2 8 11 0 QMOD

Q3 1 9 8 QMOD

Q4 4 6 0 QMOD

\* Definicion del transistor con una linea .MODEL:

.MODEL QMOD NPN(IS=6.734F BF=416.4 CJC=3.638P CJE=4.493P)

\* Diodos:

D1 4 1 DMOD

D4 0 4 DMOD

D3 8 1 DMOD

D2 0 8 DMOD

\* Definicion de los diodos con una linea .MODEL:

.MODEL DMOD D(IS=2.2E-15 BV=1800V TT=0)

\* Resistencias:

RG1 3 2 100 ; Resistencia de base de Q1

RG4 6 5 100 ; Resistencia de base de Q4

RG3 9 10 100 ; Resistencia de base de Q3

RG2 11 12 100 ; Resistencia de base de Q2

\* Fuentes de alimentacion C.C.:

VS 1 0 48V

\* Carga:

R 4 8 2.4

\* Fuentes excitadoras de los transistores:

VG1 3 4 PULSE(0 5.8 0 0 0 10M 20M)

VG2 12 0 PULSE(0 5.8 0 0 0 10M 20M)

VG4 5 0 PULSE(0 5.8 10M 0 0 10M 20M)

VG3 10 8 PULSE(0 5.8 10M 0 0 10M 20M)

\* Parametros para el analisis con Pspice:

.tran 1.000u .3 0 0 ;\*ipsp\*

.PROBE

.four 50 V(4,8) ;\*ipsp\*

.ac lin 101 10 1.000k ;\*ipsp\*

.END

El análisis de Fourier que proporciona Pspice se muestra a continuación:

**(T7E4.CIR) SIMULACION DEL EJEMPLO 7.4  
FOURIER COMPONENTS OF TRANSIENT RESPONSE V(4,8)**

DC COMPONENT = 1.153807E-09

HARMONIC NO	FREQUENCY (HZ)	FOURIER COMPONENT	NORMALIZED COMPONENT	PHASE (DEG)	NORMALIZED PHASE (DEG)
1	5.000E+01	6.048E+01	1.000E+00	-2.040E-02	0.000E+00
2	1.000E+02	2.294E-09	3.793E-11	8.967E+01	8.969E+01
3	1.500E+02	2.016E+01	3.333E-01	-6.120E-02	-4.081E-02
4	2.000E+02	2.293E-09	3.792E-11	8.974E+01	8.976E+01
5	2.500E+02	1.210E+01	2.000E-01	-1.020E-01	-8.160E-02
6	3.000E+02	2.289E-09	3.785E-11	8.954E+01	8.956E+01
7	3.500E+02	8.640E+00	1.429E-01	-1.428E-01	-1.224E-01
8	4.000E+02	2.283E-09	3.776E-11	8.962E+01	8.964E+01
9	4.500E+02	6.720E+00	1.111E-01	-1.836E-01	-1.632E-01

TOTAL HARMONIC DISTORTION = 4.287947E+01 PERCENT

Como se puede comprobar en este listado las amplitudes de los armónicos pares es nula, esto se debe a que la tensión de salida es una onda cuadrada en cuya composición sólo intervienen los armónicos impares.

Las pequeñas diferencias entre los resultados teóricos y los analizados por Pspice se deben a las causas mencionadas en el ejemplo 7.2.

La comprobación entre éstos se encuentra reflejada en la siguiente tabla:

TEÓRICO		PSPICE	
Apartado	Dato	Gráfica	Dato
a)	$V_{o1(RMS)} = 43.2 \text{ V}$	listado comp. Four.	$V_{o1(RMS)} = 42.76 \text{ V}$
c)	$I_{pQ} = 20 \text{ A}$	(7.14)	$I_{pQ} = 19.792 \text{ A}$
c)	$I_{Q(AV)} = 10 \text{ A}$	(7.14)	$I_{Q(AV)} = 10.058 \text{ A}$
e)	THD = 48.43%	listado comp. Four.	THD = 42.87%
f)	$HF_3 = 33.33\%$	listado comp. Four.	$HF_3 = 33.33\%$

Obsérvese en la figura 7.14 los picos que se producen en las conmutaciones del transistor.

Se deja propuesto al lector modificar el listado .CIR de este ejemplo para eliminar estos picos. Para ello basta con introducir los tiempos de subida (TR) y de bajada (TF) de las fuentes excitadoras, de la siguiente forma:

\* Fuentes excitadoras de los transistores:

```

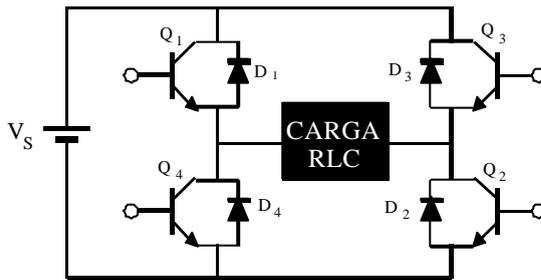
VG1 3 4 PULSE(0 5.8 0 1M 1M 10M 20M)
VG2 12 0 PULSE(0 5.8 0 1M 1M 10M 20M)
VG4 5 0 PULSE(0 5.8 10M 1M 1M 10M 20M)
VG3 10 8 PULSE(0 5.8 10M 1M 1M 10M 20M)

```

### Ejemplo 7.5



El puente inversor de la figura tiene una carga RLC de valor  $R = 10 \text{ W}$ ,  $L = 31.5 \text{ mH}$  y  $C = 112 \text{ }\mu\text{F}$ . La frecuencia del inversor es de  $60 \text{ Hz}$  y la tensión de entrada  $V_S = 220 \text{ V}$ . Calcular:



- La corriente instantánea de salida en series de Fourier.
- El valor eficaz de la intensidad total en la carga y la debida al primer armónico.
- Distorsión total de la corriente de carga.
- Potencia activa en la carga y del fundamental.
- Intensidad media de entrada.
- Intensidad media y de pico de cada transistor.
- Simular con Pspice este circuito y obtener: La tensión e intensidad instantáneas en la carga. Intensidad instantánea de los diodos. Comparación de las intensidades de base de los transistores. Intensidad eficaz en la carga. Intensidades media e instantánea de colector de cada transistor. Análisis espectral de Fourier de la intensidad en la carga y el listado de componentes armónicos de dicha intensidad.

Solución:

- Para calcular la intensidad instantánea en series de Fourier se calcula primero la impedancia de la carga para cada armónico y se divide la tensión instantánea en series de Fourier por dicha impedancia. Para  $n = 1$ :

$$Z_{o1} = \sqrt{10^2 + \left( 2\pi 60 \times 31.5 \times 10^{-3} - \frac{1}{2\pi 60 \times 112 \times 10^{-6}} \right)^2} = 15.4 \Omega$$

$$\mathbf{j}_{o1} = \arctg \left( \frac{2\mathbf{p}60 \times 31.5 \times 10^{-3} - \frac{1}{2\mathbf{p}60 \times 112 \times 10^{-6}}}{10} \right) = -49.7^\circ$$

La tensión instantánea en series de Fourier viene dada por la ecuación 7.10 con la que calculamos la amplitud de cada armónico, por tanto, para  $n = 1$ :

$$V_{o1} = \frac{4 \times 220}{\mathbf{p}} \text{sen}(2\mathbf{p}60 \times t) = 280.1 \times \text{sen}(120 \mathbf{p} t)$$

$$I_{o1} = \frac{V_{o1}}{Z_{o1}} = \frac{280.1}{15.4} \text{sen}(120 \mathbf{p} t + 49.7) = 18.1 \text{sen}(120 \mathbf{p} t + 49.7)$$

Dando valores a “n” (3,5,7...) se calculan los siguientes armónicos:

$$\begin{aligned} V_{o3} &= 93.4 \text{sen}(3 \times 120 \mathbf{p} t) \\ Z_{o3} &= 29.43 \Omega \\ \mathbf{j}_{o3} &= 70.17^\circ \\ I_{o3} &= 3.17 \text{sen}(3 \times 120 \mathbf{p} t - 70.17^\circ) \\ V_{o5} &= 56 \text{sen}(5 \times 120 \mathbf{p} t) \\ Z_{o5} &= 55.5 \Omega \\ \mathbf{j}_{o5} &= 79.63^\circ \\ I_{o5} &= 1 \text{sen}(5 \times 120 \mathbf{p} t - 79.63^\circ) \end{aligned}$$

Haciendo el sumatorio obtenemos la intensidad instantánea en series de Fourier:

$$i_o(t) = 18.1 \text{sen}(120 \mathbf{p} t + 49.7^\circ) + 3.17 \text{sen}(3 \times 120 \mathbf{p} t - 70.17^\circ) + 1 \text{sen}(5 \times 120 \mathbf{p} t - 79.63^\circ)$$

b) Como:

$$I_{(RMS)} = \frac{I_p}{\sqrt{2}}$$

para el primer armónico tendremos:

$$I_{o1(RMS)} = \frac{I_{o1}}{\sqrt{2}} = \frac{18.1}{\sqrt{2}} = 12.8 \text{ A}$$

Considerando hasta el quinto armónico, la corriente de pico en la carga será:

$$I_o = \sqrt{18.1^2 + 3.17^2 + 1^2} = 18.4 \text{ A}$$

$$I_{o(RMS)} = \frac{18.4}{\sqrt{2}} = 13.01 \text{ A}$$

c) La distorsión armónica total para la intensidad se calcula de la misma forma que para la tensión, resultando:

$$THD = \frac{1}{I_{o1}} \sqrt{\sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} I_{on}^2} = \frac{1}{I_{o1}} \sqrt{(I_o^2 - I_{o1}^2)} = \frac{1}{18.1} \sqrt{18.4^2 - 18.1^2} = 18.28\%$$

d) Las potencias son:

$$P_o = I_{o(RMS)}^2 \times R = 13.01^2 \times 10 = 1692.6 \text{ W}$$

$$P_{o1} = I_{o1(RMS)}^2 \times R = 12.8^2 \times 10 = 1638 \text{ W}$$

e) La intensidad media que suministra la fuente es:

$$I_{(AV)} = \frac{P_o}{V_s} = \frac{1692}{220} = 7.69 \text{ A}$$

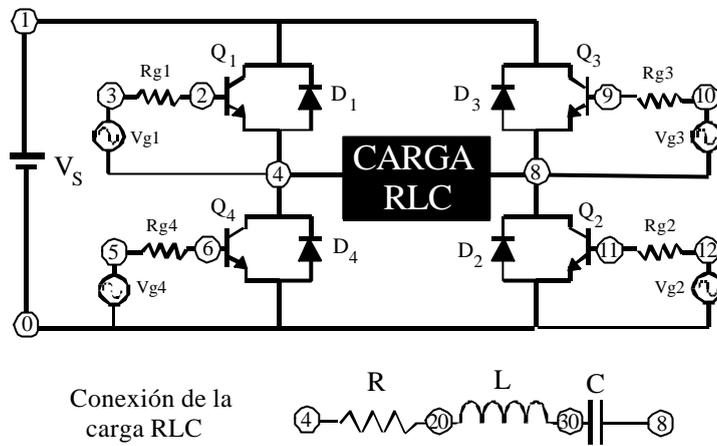
f) Según el apartado “b” tendremos una intensidad de pico por los transistores:

$$I_{pQ} = 18.4 \text{ A}$$

Como cada rama conduce durante el 50% de cada período tenemos:

$$I_{Q(AV)} = \frac{7.69}{2} = 3.845 \text{ A}$$

g) El circuito que se simulará con Pspice es el que se muestra en la figura siguiente:



Los valores tomados para la simulación son:  $R = 10 \Omega$ ,  $L = 31.5 \text{ mH}$ ,  $C = 112 \mu\text{F}$ ,  $f = 60 \text{ Hz}$  y las resistencias de base  $R_{g1} = R_{g2} = R_{g3} = R_{g4} = 100 \Omega$ .

El listado para la simulación en Pspice es:

### (T7E5.CIR) SIMULACION DEL EJEMPLO 7.5

#### \*INVERSOR EN PUENTE MONOFASICO.

\* Transistores que forman el puente inversor:

Q1 1 2 4 QMOD

Q2 8 11 0 QMOD

Q3 1 9 8 QMOD

Q4 4 6 0 QMOD

\* Definición de transistores mediante una línea .MODEL:

.MODEL QMOD NPN(IS=6.734F BF=416.4 CJC=3.638p CJE=4.493p)

\* Diodos para conducción de la energía reactiva:

D1 4 1 DMOD

D4 0 4 DMOD

D3 8 1 DMOD

D2 0 8 DMOD

\* Definición de los diodos mediante una línea .MODEL:

.MODEL DMOD D(IS=2.2E-15 BV=1800V TT=0)

\* Resistencias de base de los transistores:

RG1 3 2 100

RG4 6 5 100

RG3 9 10 100

RG2 11 12 100

\* Fuente de tensión C.C. con toma media:

VS 1 0 220

\* Carga RLC:

R 4 20 10

L 20 30 31.5M

C 30 8 112U

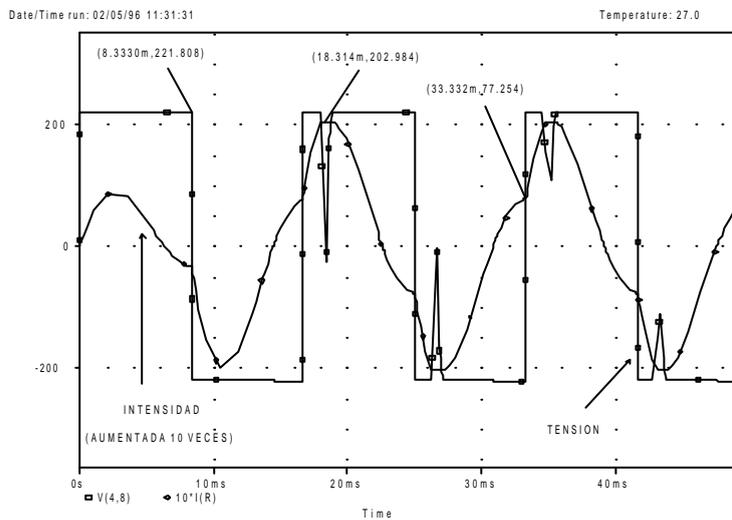
\* Fuentes excitadoras de los transistores:

```

VG1 3 4 PULSE(0 5.8 0 1N 1N 8.333M 16.666M)
VG2 12 0 PULSE(0 5.8 0 1N 1N 8.333M 16.666M)
VG4 5 0 PULSE(0 5.8 8.333M 1N 1N 8.333M 16.666M)
VG3 10 8 PULSE(0 5.8 8.333M 1N 1N 8.333M 16.666M)
* Parametros para el analisis con Pspice:
.tran 1.000u .3 0 0 ;*ipsp*
.PROBE
.four 60 I(R) ;*ipsp*
.END

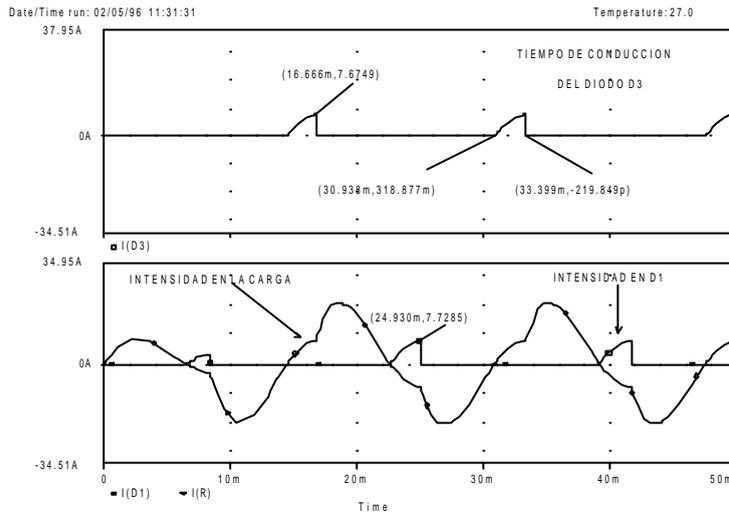
```

Para el caso de carga RLC, sabemos que la tensión y la intensidad se desfasan un cierto ángulo que corresponde con el argumento que presenta la carga. En este caso al ser de carácter capacitivo, la intensidad se adelanta en fase respecto de la tensión. Esto es apreciable en la figura 7.15, donde además se puede observar que la intensidad es ahora más senoidal que en los casos anteriores. Esto se debe a la presencia del condensador y de la bobina en la carga. El desfase mencionado anteriormente se encuentra reflejado en la figura 7.16. En ella se puede comprobar el período de conducción del diodo  $D_3$  y las intensidades que recorren a  $D_1$  y  $D_3$ .

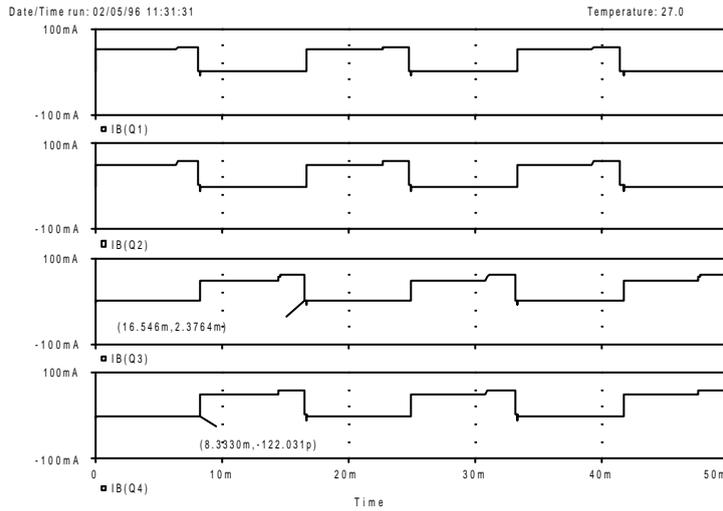


**Fig.7.15**  
Tensión e intensidad instantánea en la carga.

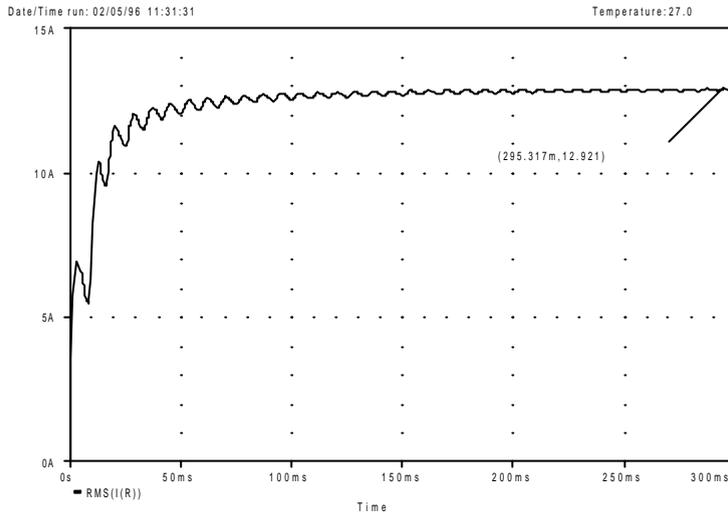
En la figura 7.17 se observan las señales que disparan a los transistores. Se puede comprobar en ella la alternancia de disparo entre las dos ramas del inversor. Esta secuencia de disparo es una de las más sencillas que también se podría utilizar en los ejemplos anteriores con tan sólo ajustar los períodos de disparo.



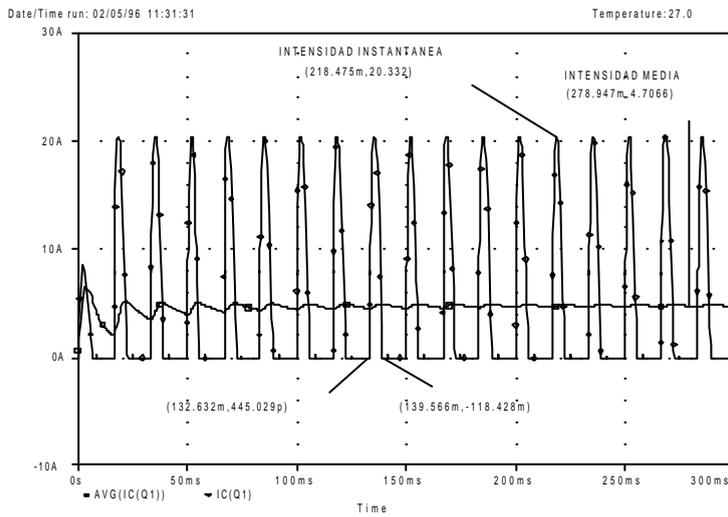
**Fig.7.16**  
Intensidad instantánea en la carga y en los diodos.



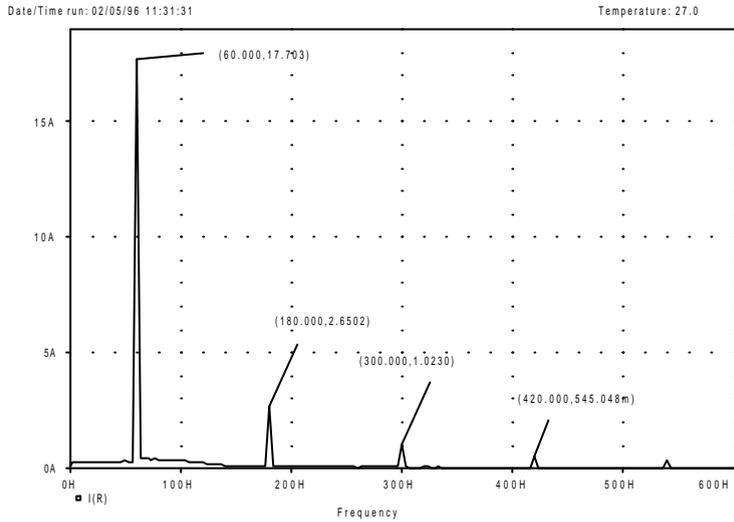
**Fig.7.17**  
Intensidades de base de los transistores.



**Fig.7.18**  
Intensidad eficaz en la carga.



**Fig.7.19**  
Intensidades media e instantánea por los transistores.



**Fig.7. 20**  
Análisis espectral de Fourier para  $i_o(t)$ .

En la figura 7.18 aparece la intensidad eficaz en la carga. Prácticamente alcanza el valor teórico e incluso podría haberlo sobrepasado si el tiempo de simulación hubiese sido superior. Esto puede ocurrir porque en teoría sólo hemos utilizado para el cálculo hasta el armónico quinto y Pspice utiliza nueve.

El listado de componentes de Fourier para la intensidad en la carga se muestra a continuación:

**FOURIER COMPONENTS OF TRANSIENT RESPONSE I(R)**

DC COMPONENT = 2.355409E-02

HARMONIC NO	FREQUENCY (HZ)	FOURIER COMPONENT	NORMALIZED COMPONENT	PHASE (DEG)	NORMALIZED PHASE (DEG)
1	6.000E+01	1.802E+01	1.000E+00	4.742E+01	0.000E+00
2	1.200E+02	2.422E-02	1.344E-03	-1.542E+02	-2.016E+02
3	1.800E+02	2.726E+00	1.513E-01	-6.635E+01	-1.138E+02
4	2.400E+02	1.123E-02	6.229E-04	2.600E+01	-2.142E+01
5	3.000E+02	1.040E+00	5.768E-02	-6.873E+01	-1.162E+02
6	3.600E+02	8.265E-03	4.585E-04	5.438E+01	6.962E+00
7	4.200E+02	5.559E-01	3.084E-02	-7.311E+01	-1.205E+02
8	4.800E+02	7.409E-03	4.110E-04	6.358E+01	1.616E+01
9	5.400E+02	3.385E-01	1.878E-02	-9.073E+01	-1.381E+02

TOTAL HARMONIC DISTORTION = 1.658677E+01 PERCENT

TEÓRICO		PSPICE	
Apartado	Dato	Gráfica	Dato
a)	$V_o = 220 \text{ V}$	(7.15)	$V_o = 221.808 \text{ V}$
b)	$I_o = 18.4 \text{ A}$	(7.15)	$I_o = 20.298 \text{ A}$
b)	$I_{o(\text{RMS})} = 13.01 \text{ A}$	(7.18)	$I_{o(\text{RMS})} = 12.92 \text{ A}$
f)	$I_{O(\text{AV})} = 3.845 \text{ A}$	(7.19)	$I_{O(\text{AV})} = 4.706 \text{ A}$
a)	$I_{o1} = 18.1 \text{ A}$	listado comp. Four.	$I_{o1} = 18.02 \text{ A}$
a)	$I_{o3} = 3.17 \text{ A}$	listado comp. Four.	$I_{o3} = 2.726 \text{ A}$
a)	$I_{o5} = 1 \text{ A}$	listado comp. Four.	$I_{o5} = 1.040 \text{ A}$
c)	THD = 18.28%	listado comp. Four.	THD = 16.58%

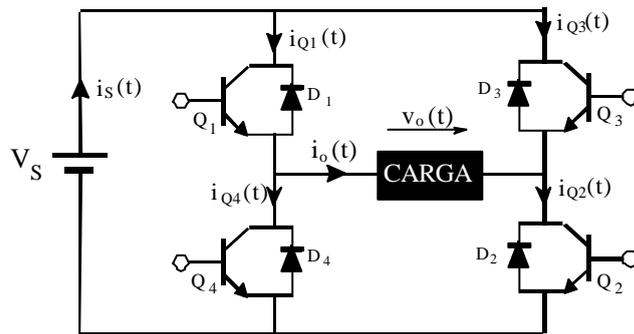
En el listado de componentes de Fourier se ve que prácticamente no existe componente continua para la señal analizada. También se puede comprobar que el THD es menor que el teórico debido a las causas mencionadas en el ejemplo 7.2.

Nótese que a partir del quinto armónico (en el listado) la amplitud que se presenta para cada uno de ellos es tan pequeña que no es significativo introducirla en los cálculos teóricos.

### Ejemplo 7.6



En un inversor monofásico en puente como el de la figura tenemos los siguientes datos:  $V_S = 200 \text{ V}$ ,  $R = 30 \text{ W}$ ,  $L = 0.16 \text{ H}$  y  $T = 12.5 \text{ mseg}$ . Calcular:



la carga.

- La intensidad de pico en la conmutación.
- El tiempo de conducción de los diodos.
- El tiempo de conducción de los transistores.
- La intensidad media suministrada por la fuente.
- La potencia media en

Solución:

- a) La constante de tiempo para este circuito es:

$$t = \frac{L}{R} = \frac{0.16}{30} = 5.33 \text{ mseg}$$

por tanto, la intensidad de pico es:

$$I_o = \left( \frac{V_s}{R} \right) \times \left( \frac{1 - e^{-\frac{T}{2t}}}{1 + e^{-\frac{T}{2t}}} \right) = \left( \frac{200}{30} \right) \times \left( \frac{1 - e^{-\frac{0.0125}{2 \times 0.00533}}}{1 + e^{-\frac{0.0125}{2 \times 0.00533}}} \right) = 3.51 \text{ A}$$

- b) El tiempo de conducción de cada diodo será:

$$j = \arctg\left( \frac{\omega L}{R} \right) = \arctg\left( \frac{2\pi \times 0.16}{0.0125 \times 30} \right) = 69.54^\circ$$

$$t_{Don} = \frac{69.54^\circ \times 12.5}{360^\circ} = 2.41 \text{ mseg.}$$

- c) El tiempo de conducción de cada transistor será:

$$t_{Qon} = 6.25 - 2.41 = 3.84 \text{ mseg.}$$

- d) Para las intensidades medias de los diodos y de los transistores los cálculos se efectúan del siguiente modo:

$$I_{D(AV)} = \frac{I_o}{2\pi} (1 - \cos j) = \frac{3.51}{2\pi} (1 - \cos 69.54^\circ) = 0.36 \text{ A}$$

$$I_{Q(AV)} = \frac{I_o}{2\pi} [1 - \cos(\pi - j)] = \frac{3.51}{2\pi} [1 - \cos(180^\circ - 69.54^\circ)] = 0.75 \text{ A}$$

La intensidad media que suministra la batería será igual a la que soportan los transistores menos la reactiva que devuelven los diodos, para cada semiperíodo:

$$I_{S(AV)} = 2 \times (I_{Q(AV)} - I_{D(AV)}) = 2 \times (0.75 - 0.36) = 0.78 \text{ A}$$

- e) La potencia media que consume la carga es igual a la que cede la batería y es:

$$P_{o(AV)} = I_{S(AV)} \times V_S = 0.78 \times 220 = 171.6 \text{ W}$$

### 7.2.4 PUENTE TRIFÁSICO.

El inversor trifásico se utiliza normalmente para los circuitos que necesitan una elevada potencia a la salida.

Los primarios de los transformadores deben estar aislados unos de los otros, sin embargo, los secundarios se pueden conectar en triángulo o en estrella, tal como se muestra en la figura 7.21.

Los secundarios de los transformadores se conectan normalmente en estrella para de esta forma eliminar los armónicos de orden 3, ( $n = 3, 6, 9, \dots$ ) de la tensión de salida.

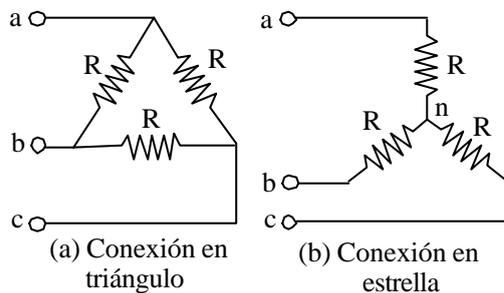


Fig.7. 21  
Formas de conexión.

Este inversor se puede conseguir con una configuración de seis transistores y seis diodos como se muestra en la figura 7.22.

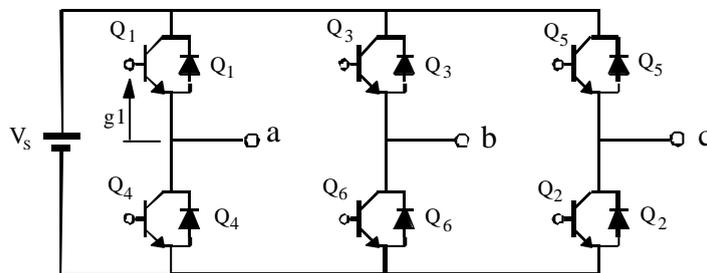


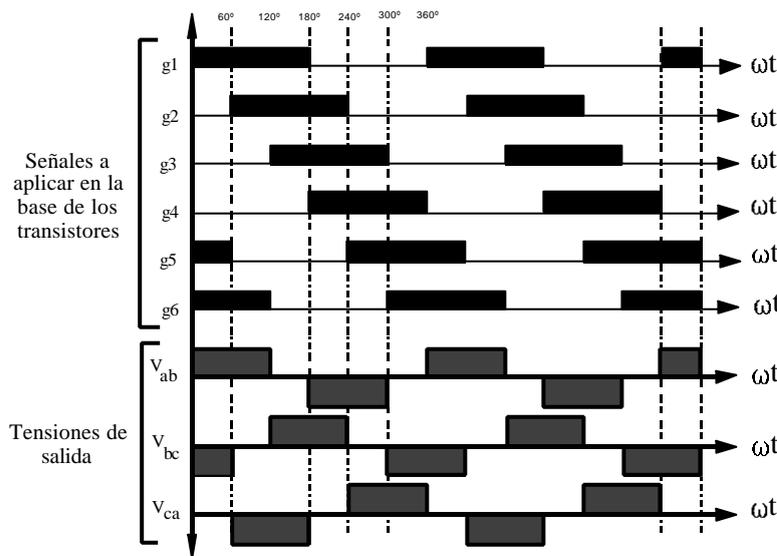
Fig.7. 22  
Inversor trifásico.

A los transistores le podemos aplicar dos tipos de señales de control: desfasadas 120° ó 180° entre sí.

### Ángulo de conducción de 180°.

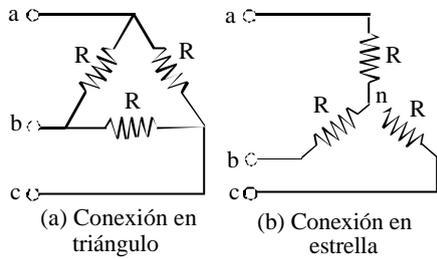
Cada transistor conduce durante 180°. Desfasando convenientemente las señales de control de los transistores hacemos que conduzcan en cualquier instante tres de ellos. En la figura 7.22 cuando se dispara  $Q_1$  el terminal “a” queda conectado al extremo positivo de la fuente de continua.

Tenemos seis modos de operación durante un ciclo y la duración de cada uno de ellos es de 60°, siendo la secuencia de disparo de los transistores: 1,2,3 - 2,3,4 - 3,4,5 - 4,5,6 - 5,6,1 - 6,1,2. Las señales aplicadas en puerta a los transistores se muestran en la figura 7.23.

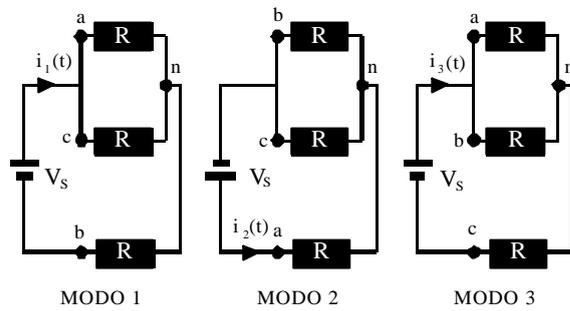


**Fig.7. 23**  
Señales aplicadas a las bases de los transistores y formas de onda en la salida.

La carga se puede conectar en estrella o en triángulo tal y como se muestra en la figura 7.24. Para una conexión en triángulo la corriente de fase se obtiene directamente de la tensión entre líneas. Para una conexión en estrella la tensión entre línea y neutro viene determinada por la intensidad de línea. Existen tres modos de operación por semiciclo y sus circuitos equivalentes se muestran en la figura 7.25.



**Fig.7. 24**  
Tipos de conexiones.



**Fig.7. 25**  
Circuitos equivalentes.

Durante el modo 1 para  $0 \leq \omega t \leq \pi/3$  tenemos:

$$R_{eq} = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2} \qquad i_1(t) = \frac{V_s}{R_{eq}} = \frac{2V_s}{3R}$$

$$v_{an}(t) = v_{cn}(t) = \frac{i_1(t)R}{2} = \frac{V_s}{3} \qquad v_{bn}(t) = -i_1(t)R = \frac{-2V_s}{3}$$

Durante el modo 2 para  $\pi/3 \leq \omega t \leq 2\pi/3$  tenemos:

$$R_{eq} = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2} \qquad i_2(t) = \frac{V_s}{R_{eq}} = \frac{2V_s}{3R}$$

$$v_{bn}(t) = v_{cn}(t) = \frac{-i_2(t)R}{2} = \frac{-V_s}{3} \qquad v_{an}(t) = i_2(t)R = \frac{2V_s}{3}$$

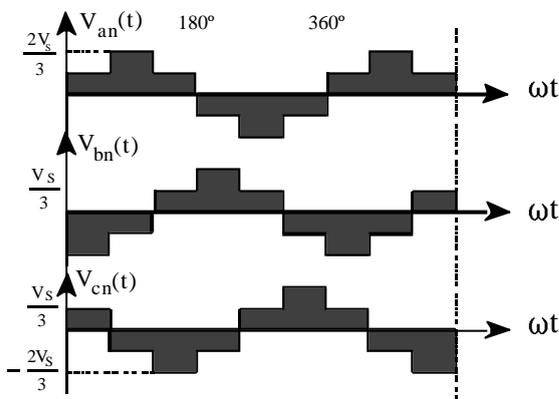
Durante el modo 3 para  $2\pi/3 \leq \omega t \leq \pi$  tenemos:

$$R_{eq} = R + \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$$

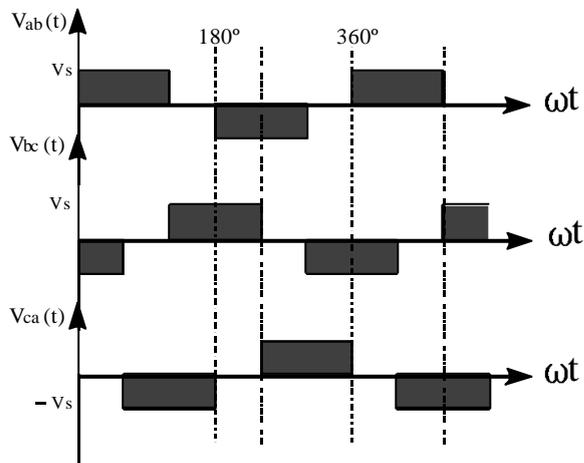
$$i_1(t) = \frac{V_s}{R_{eq}} = \frac{2V_s}{3R}$$

$$v_{an}(t) = v_{bn}(t) = \frac{i_3(t)R}{2} = \frac{V_s}{3}$$

$$v_{cn}(t) = -i_3(t)R = \frac{-2V_s}{3}$$



**Fig.7. 26**  
Tensiones de fase.



**Fig.7. 27**  
Tensiones de línea.

En las figuras 7.26 y 7.27, se muestran las tensiones de fase y de línea respectivamente como  $v_{ab}(t)$  que puede ser expresada en series de Fourier como sigue, teniendo en cuenta que cambia para  $\pi/6$  y que los armónicos pares son cero:

$$v_{ab}(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4V_S}{n\mathbf{p}} \cos\left(\frac{n\mathbf{p}}{6}\right) \times \text{sen} n\left(\mathbf{w}t + \frac{\mathbf{p}}{6}\right) \quad \text{E 7. 13}$$

$v_{bc}(t)$  y  $v_{ca}(t)$  vienen dadas por las siguientes ecuaciones en las que se cambia la fase de la tensión.  $120^\circ$  para  $v_{bc}(t)$  y  $240^\circ$  para  $v_{ca}(t)$ :

$$v_{bc}(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4V_S}{n\mathbf{p}} \cos\left(\frac{n\mathbf{p}}{6}\right) \times \text{sen} n\left(\mathbf{w}t - \frac{\mathbf{p}}{2}\right) \quad \text{E 7. 14}$$

$$v_{ca}(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4V_S}{n\mathbf{p}} \cos\left(\frac{n\mathbf{p}}{6}\right) \times \text{sen} n\left(\mathbf{w}t - 7\frac{\mathbf{p}}{6}\right)$$

De estas tensiones se han eliminado los armónicos de orden triple ( $n = 3, 9, 15, \dots$ ).

Las tensiones eficaces de línea serán:

$$V_{L(RMS)} = \sqrt{\frac{2}{2\mathbf{p}} \int_0^{2\mathbf{p}} V_S^2 d\mathbf{w}t} = \sqrt{\frac{2}{3}} V_S = 0.8165 V_S \quad \text{E 7. 15}$$

De la ecuación 7.13 obtendremos que la  $n$ -ésima componente de la tensión eficaz de línea será:

$$V_{Ln(RMS)} = \frac{4V_S}{\sqrt{2} n\mathbf{p}} \cos\left(\frac{n\mathbf{p}}{6}\right) \quad \text{E 7. 16}$$

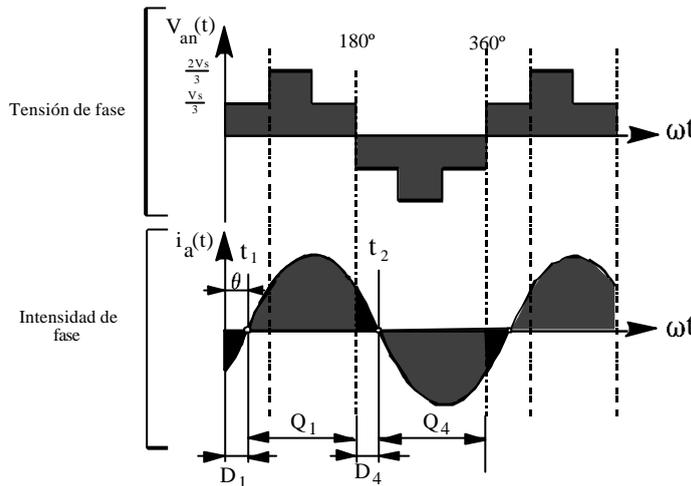
por tanto, para  $n = 1$ , tendremos la tensión eficaz de línea del fundamental:

$$V_{L1(RMS)} = \frac{4V_S}{\sqrt{2}\mathbf{p}} \cos 30^\circ = 0.7797 V_S \quad \text{E 7. 17}$$

El valor eficaz de la tensión de fase viene dado por la tensión de línea:

$$V_{F(RMS)} = \frac{V_{L(RMS)}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}V_S}{3} = 0.4714 V_S \quad \text{E 7. 18}$$

Para cargas puramente resistivas, los diodos en antiparalelo con los transistores no conducen, pero para una carga inductiva la intensidad en cada rama del inversor puede estar retrasada con respecto a la tensión como se muestra en la figura 7.28:



**Fig.7. 28**  
Inversor trifásico con carga RL.

Cuando el transistor  $Q_4$  de la figura 7.22 está en corte, el único camino para que circule la corriente negativa de línea  $i_a(t)$  es a través de  $D_1$ , en este caso el terminal “a” de la carga queda conectado a la fuente de continua a través de  $D_1$  hasta que la intensidad en la carga invierte su sentido para  $t = t_1$ . Durante el período entre  $0 \leq t < t_1$ , el transistor  $Q_1$  no conduce. De igual forma, el transistor  $Q_4$  no conducirá para  $t = t_2$ . El tiempo de conducción de los transistores y diodos depende de la potencia entregada a la carga.

Para una conexión de la carga en estrella, la tensión de fase es:

$$V_{an} = \frac{V_{ab}}{\sqrt{3}} \quad \text{E 7. 19}$$

con un retraso de  $30^\circ$ , de la ecuación 7.13 obtenemos la intensidad de línea  $i_a(t)$  para una carga RLC:

$$i_a(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[ \frac{4V_s}{\sqrt{3}n\mathbf{p} \sqrt{R^2 + j\left(n\omega L - \frac{1}{n\omega C}\right)^2}} \cos \frac{n\mathbf{p}}{6} \right] \text{sen}(n\omega t - \mathbf{j}_n) \quad \text{E 7. 20}$$

donde:

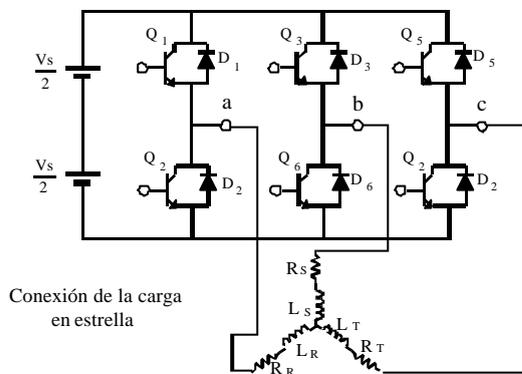
$$j_n = \arctg \left( \frac{n\omega L - \frac{1}{n\omega C}}{R} \right)$$

E 7. 21

### Ejemplo 7.7



El inversor trifásico de la figura tiene una carga conectada en estrella de valor  $R = 5 \Omega$  y un valor de  $L = 23 \text{ mH}$ , la frecuencia del inversor es  $f = 33 \text{ Hz}$  y la tensión C.C. de entrada es  $V_s = 220 \text{ V}$ .



- Expresar la tensión instantánea de línea  $v_{ab}(t)$  y la intensidad de línea  $i_a(t)$  en series de Fourier.
- Determinar la tensión de línea eficaz  $V_{L(RMS)}$ .
- La tensión de fase  $V_{F(RMS)}$ .
- La tensión de línea eficaz a la frecuencia del fundamental  $V_{LI(RMS)}$ .
- La tensión de fase eficaz a la frecuencia del fundamental  $V_{FI(RMS)}$ .

- La distorsión armónica total THD.
- El factor de distorsión DF.
- El factor armónico y el factor de distorsión del armónico de menor orden.
- La potencia activa en la carga  $P_o(RMS)$ .
- La corriente media de la fuente  $I_{S(AV)}$ .
- PROPUESTO:**

Simular el circuito con Pspice y obtener las siguientes gráficas: Tensión de fase y de línea en la carga. Tensión e intensidad de fase junto con la intensidad instantánea del diodo  $D_1$ . Comparación de la intensidad de base de los transistores. Tensión eficaz de línea, de fase e intensidad eficaz en la carga. Análisis espectral de la tensión de línea y componentes de Fourier de ésta.

Solución:

- La tensión instantánea de línea  $v_{ab}(t)$  viene dada por la ecuación 7.13:

$$v_{ab}(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4V_s}{n\pi} \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) \text{senn}\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$v_{ab}(t) = 242.58 \times \text{sen}(207t + 30^\circ) - 48.52 \times \text{sen}5(207t + 30^\circ) - 34.66 \times \text{sen}7(207t + 30^\circ) + \\ + 22.05 \times \text{sen}11(207t + 30^\circ) + 16.66 \times \text{sen}13(207t + 30^\circ) - 14.27 \times \text{sen}17(207t + 30^\circ) \dots$$

$$|Z_L| = \sqrt{R^2 + (n\omega L)^2} = \sqrt{5^2 + (8.67n)^2}$$

$$\arg = \arctg \frac{(n\omega L)}{R} = \frac{8.67n}{5}$$

Usando la siguiente ecuación podemos obtener la intensidad instantánea de línea  $i_a(t)$ :

$$i_a(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[ \frac{4V_s}{\sqrt{3} n\omega \sqrt{R^2 + (n\omega L)^2}} \cos \frac{n\mathbf{p}}{6} \right] \times \text{sen}(n\omega t - \mathbf{j}_n)$$

donde:

$$\mathbf{j}_n = \arctg \frac{n\omega L}{R}$$

por lo que nos queda:

$$i_a(t) = 14 \times \text{sen}(207t - 43.6^\circ) - 0.64 \times \text{sen}(5 \times 207t - 78.1^\circ) - 0.33 \times \text{sen}(7 \times 207t - 81.4^\circ) + \\ + 0.13 \times \text{sen}(11 \times 207t - 84.5^\circ) + 0.10 \times \text{sen}(13 \times 207t - 87.5^\circ) - 0.06 \times \text{sen}(17 \times 207t - 86.4^\circ) \dots$$

b) De la ecuación 7.15 obtenemos que:

$$V_{L(RMS)} = 0.8165 \times 220 = 179.63V$$

c) Aplicando la ecuación 7.18 tenemos que:

$$V_{F(RMS)} = \frac{179.63}{\sqrt{3}} = 103.7V$$

d) De la ecuación 7.17 obtenemos:

$$V_{LI(RMS)} = \frac{4 \times 220 \times \cos 30^\circ}{\sqrt{2} \mathbf{p}} = 171.53V$$

- e) Aplicando nuevamente la ecuación 7.18 obtendremos la tensión eficaz de fase del fundamental:

$$V_{F1(RMS)} = \frac{171.53}{\sqrt{3}} = 99.03 \text{ V}$$

- f) De la ecuación 7.15 obtenemos:

$$V_{L1(RMS)} = 0.8165 \times V_S \quad \sqrt{\sum_{n=5,7,11\dots}^{\infty} V_{Ln}^2} = \sqrt{V_L^2 - V_{L1}^2} = 0.2423 V_S$$

$$THD = \frac{0.2423 \times V_S}{0.8165 \times V_S} = 29.65\%$$

- g)

$$V_{LH} = \sqrt{\sum_{n=5,7,11\dots}^{\infty} \left(\frac{V_{Ln}}{n^2}\right)^2} = 0.00667 \times V_S \quad DF_1 = \frac{0.00667 \times V_S}{0.8165 \times V_S} = 0.81\%$$

- h) El armónico de orden más bajo es el quinto, puesto que en la configuración trifásica se eliminan los armónicos de orden triple:

$$V_{L5(RMS)} = \frac{V_{L1(RMS)}}{5} = \frac{171.53}{5} = 34.306 \text{ V}$$

$$HF_5 = \frac{V_{L5}}{V_{L1}} = \frac{1}{5} = 20\%$$

$$DF_5 = \frac{V_{L5}}{V_{L1} \times 5^2} = \frac{1}{125} = 0.8\%$$

- i) Para calcular la potencia necesitamos calcular primero la intensidad de línea eficaz  $I_{L(RMS)}$ :

$$I_L = \sqrt{14^2 + 0.64^2 + 0.33^2 + 0.13^2 + 0.10^2 + 0.06^2} = 14.01 \text{ A}$$

$$I_{L(RMS)} = \frac{I_L}{\sqrt{2}} = 9.91 A$$

$$P_{o(RMS)} = 3 \times I_{L(RMS)}^2 \times R = 3 \times 9.91^2 \times 5 = 1473 W$$

j) La intensidad media de la fuente la obtenemos a partir de la potencia:

$$I_{S(AV)} = \frac{P_{o(RMS)}}{V_S} = \frac{1473}{220} = 6.7 A$$

k) El listado para el circuito empleado en la simulación se muestra a continuación:

### (T7E7.CIR) SIMULACION DEL EJEMPLO 7.7

#### \*CIRCUITO INVERSOR TRIFASICO PARA 180 GRADOS DE CONDUCCION CON CARGA RL.

\* Definicion de transistores mediante .MODEL:

```
Q1 1 2 3 QMOD
Q4 3 4 17 QMOD
Q3 1 5 6 QMOD
Q6 6 7 17 QMOD
Q5 1 8 9 QMOD
Q2 9 10 17 QMOD
```

.MODEL QMOD NPN (IS=6.734F BF=416.4 CJC=0 CJE=0)

\* Definicion de diodos mediante .MODEL:

```
D1 3 1 DMOD
D4 17 3 DMOD
D3 6 1 DMOD
D6 17 6 DMOD
D5 9 1 DMOD
D2 17 9 DMOD
```

.MODEL DMOD D (IS=2.2E-15 BV=1800V TT=0)

\* Resistencias de base de los transistores:

```
RG1 2 11 100
RG4 4 12 100
RG3 5 13 100
RG6 7 14 100
RG5 8 15 100
RG2 10 16 100
```

\* Fuentes excitadoras de los transistores:

```
VG1 11 3 PULSE(0 50 0 0 0 15M 30M)
VG6 14 17 PULSE(0 50 25M 0 0 15M 30M)
VG3 13 6 PULSE(0 50 10M 0 0 15M 30M)
VG2 16 17 PULSE(0 50 5M 0 0 15M 30M)
VG5 15 9 PULSE(0 50 20M 0 0 15M 30M)
VG4 12 17 PULSE(0 50 15M 0 0 15M 30M)
```

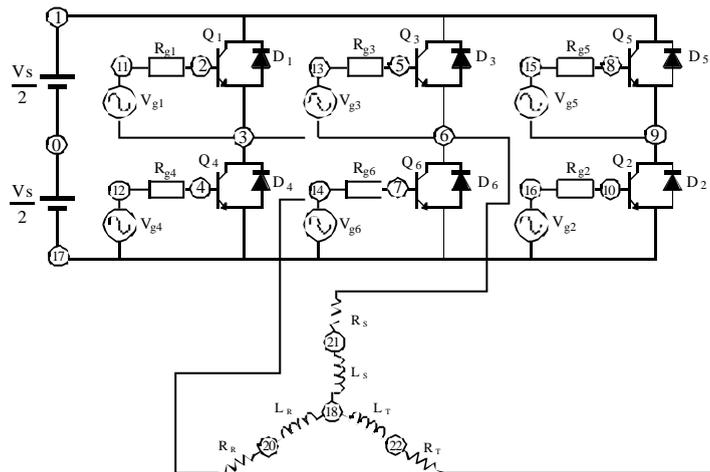
\* Fuentes de continua:

```

V1 1 0 110
V2 0 17 110
* Carga RL conectada en estrella:
RR 3 20 5
LR 20 18 23M
RS 6 21 5
LS 21 18 23M
RT 9 22 5
LT 22 18 23M
* Parametros para el analisis de Pspice:
.PROBE
.four 33.33 V(3,6) ;*ipsp*
.tran 1.000m .184 0 0 ;*ipsp*
.END

```

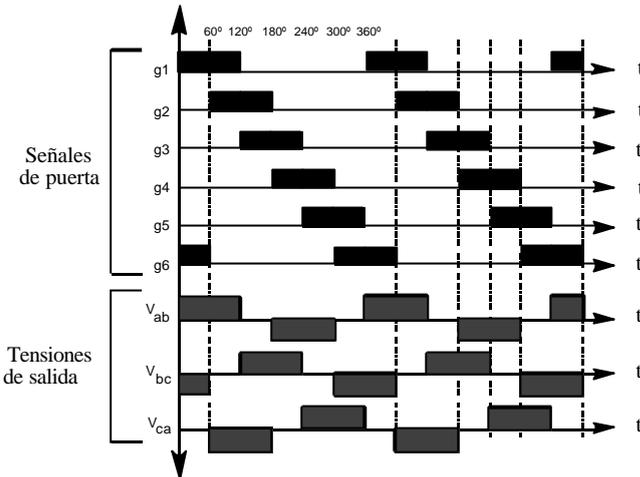
A continuación mostramos el circuito para la simulación con Pspice:



A partir del circuito y de su listado correspondiente:

Simular el circuito con Pspice y obtener las siguientes gráficas: Tensión de fase y de línea en la carga. Tensión e intensidad de fase junto con la intensidad instantánea del diodo  $D_1$ . Comparación de la intensidad de base de los transistores. Tensión eficaz de línea, de fase e intensidad eficaz en la carga. Análisis espectral de la tensión de línea y componentes de Fourier de ésta.

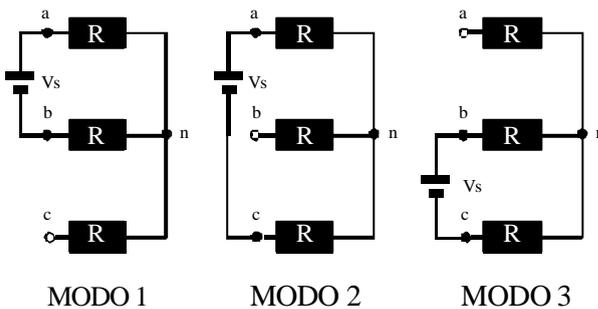
**Ángulo de conducción de 120°.**



**Fig.7. 29**  
Tensiones de puerta y de línea.

Para este tipo de control cada transistor conduce durante 120°, haciéndolo dos transistores al mismo tiempo. Siendo, por tanto, las señales de puente y la de salida las mostradas en la figura 7.29.

De la gráfica se deduce que la secuencia de conducción de los transistores es: 6,1 – 1,2 – 2,3 – 3,4 – 4,5 – 5,6 – 6,1. Luego existen tres modos de operación por semiciclo, siendo el circuito equivalente para una carga conectada en estrella el mostrado en la figura 7.30.



**Fig.7. 30**  
Circuito equivalente para la conexión de una carga resistiva en estrella.

Durante el modo 1, para  $0 \leq \omega < \pi/3$ , conducen los transistores  $Q_1$  y  $Q_6$ . Siendo:

$$v_{an}(t) = \frac{V_S}{2} \qquad v_{bn}(t) = \frac{-V_S}{2} \qquad v_{cn}(t) = 0$$

Durante el modo 2, para  $\pi/3 \leq \omega < 2\pi/3$ , conducen los transistores  $Q_1$  y  $Q_2$ . Siendo:

$$v_{an}(t) = \frac{V_s}{2} \quad v_{cn}(t) = \frac{-V_s}{2} \quad v_{bn}(t) = 0$$

Durante el modo 3, para  $2\pi/3 \leq \omega < \pi$ , conducen los transistores  $Q_2$  y  $Q_3$ . Siendo:

$$v_{bn}(t) = \frac{V_s}{2} \quad v_{cn}(t) = \frac{-V_s}{2} \quad v_{an}(t) = 0$$

Las tensiones de fase del modo 2 de funcionamiento se pueden expresar en series de Fourier, como:

$$v_{an}(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{2V_s}{n\mathbf{P}} \cos\left(\frac{n\mathbf{P}}{6}\right) \text{sen } n\left(\mathbf{w}t + \frac{\mathbf{P}}{6}\right) \quad \text{E 7. 22}$$

$$v_{bn}(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{2V_s}{n\mathbf{P}} \cos\left(\frac{n\mathbf{P}}{6}\right) \text{sen } n\left(\mathbf{w}t - \frac{\mathbf{P}}{2}\right) \quad \text{E 7. 23}$$

$$v_{cn}(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{2V_s}{n\mathbf{P}} \cos\left(\frac{n\mathbf{P}}{6}\right) \text{sen } n\left(\mathbf{w}t - 7\frac{\mathbf{P}}{6}\right) \quad \text{E 7. 24}$$

La tensión de línea es:

$$V_{ab} = \sqrt{3} V_{an}$$

con un adelanto de fase de  $30^\circ$ , por tanto, hay un retardo de  $\pi/6$  entre el corte de  $Q_1$  y la conducción de  $Q_4$ . De esta forma, se evita que la fuente de continua se cortocircuite al pasar de un modo de operación a otro.

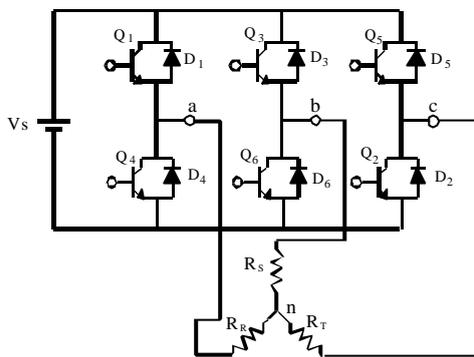
Durante cada modo de operación uno de los tres terminales está abierto y los otros dos conectados a la fuente de continua. La tensión del terminal abierto dependerá de las características de la carga y es impredecible.

**Ejemplo 7.8**



El inversor trifásico de la figura está alimentado con una fuente continua de valor  $V_s = 200\text{ V}$ . La carga, que se conecta en estrella, es resistiva y de valor  $R = 10\text{ W}$ . Determinar: La intensidad eficaz en la carga, la intensidad eficaz en los transistores y la potencia en la carga para:

- a) Un ángulo de conducción de  $120^\circ$ .
- b) Un ángulo de conducción de  $180^\circ$ .



Solución:

- a) Como vimos en teoría, según que tipo de modo de funcionamiento tengamos, obtendremos en la carga unas tensiones de fase de:

$$V_F = |V_{an}| = |V_{bn}| = \frac{V_s}{2} \qquad V_{cn} = 0$$

Según esto, tendremos dos intensidades de fase iguales en módulo aunque de distinto sentido, siendo la tercera nula:

$$|I_F| = |I_a| = |I_b| = \frac{V_s}{2R} = \frac{200}{2 \times 10} = 10\text{ A}$$

por tanto, la intensidad eficaz de fase será la media geométrica de las tres intensidades máximas de cada fase, por lo que resulta:

$$I_{F(RMS)} = \sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}} = \sqrt{\frac{10^2 + 10^2 + 0^2}{3}} = 8.16\text{ A}$$

De esta ecuación podemos obtener la intensidad eficaz de cada transistor de la siguiente forma:

$$I_{Q(RMS)} = \frac{I_F}{\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = 5.8\text{ A}$$

La potencia eficaz en la carga en función de la intensidad eficaz de fase viene dada por la fórmula siguiente:

$$P_{o(RMS)} = 3 \times I_{F(RMS)}^2 \times R = 3 \times 8.16^2 \times 10 = 2000 \text{ W}$$

- b) De forma parecida al apartado anterior, para un ángulo de conducción de  $180^\circ$  dependiendo del modo de funcionamiento en que trabaje el inversor, tendremos unas tensiones de fase dadas por:

$$|V_F| = |V_{an}| = |V_{cn}| = \frac{V_S}{3} \qquad |V_F| = |V_{bn}| = \frac{2V_S}{3}$$

por lo que las intensidades de fase:

$$|I_F| = |I_b| = \frac{2V_S}{3R} = \frac{2 \times 200}{3 \times 10} = 13.33 \text{ A} \qquad |I_F| = |I_a| = |I_c| = \frac{V_S}{3R} = 6.67 \text{ A}$$

Las intensidades eficaces de fase serán la media geométrica de la máxima que recorre cada transistor:

$$\sqrt{\frac{I_a^2 + I_b^2 + I_c^2}{3}} = \sqrt{\frac{6.67^2 + 13.33^2 + 6.67^2}{3}} = 9.43 \text{ A}$$

Como conducen tres transistores en cada modo de funcionamiento, la intensidad eficaz de cada uno de ellos será:

$$\frac{I_{F(RMS)}}{\sqrt{2}} = \frac{9.43}{\sqrt{2}} = 6.67 \text{ A}$$

La potencia eficaz de salida en función de la intensidad eficaz de fase viene dada por:

$$P_{o(RMS)} = 3 \times I_{F(RMS)}^2 \times R = 3 \times 9.43^2 \times 10 = 2668 \text{ W}$$

Se puede comprobar que tanto las tensiones, intensidades como la potencia son mayores para un inversor trifásico con un ángulo de conducción de  $180^\circ$  que para uno con  $120^\circ$ .



### *Simulación con componentes reales.*

Simula un circuito inversor en puente monofásico utilizando:

Transistores: 2n2222

Diodos: 1n4001

Resistencias de base:  $R_{g1} = \dots = R_{g4} = 10 \text{ W}$ .

Carga RLC:  $R = 0.5 \text{ W}$ ,  $L = 310.5 \text{ mH}$ ,  $C = 47 \text{ }\mu\text{F}$ .

$V_S = 12 \text{ V}$ .

Se desea que la frecuencia de salida sea  $f = 50 \text{ Hz}$ , y para ello excitamos los transistores con un circuito digital de control cuya salida se caracteriza por:

$V_{oH(\text{typ})} = 5.4 \text{ V}$ .  $t_r = 60 \text{ ns}$ .

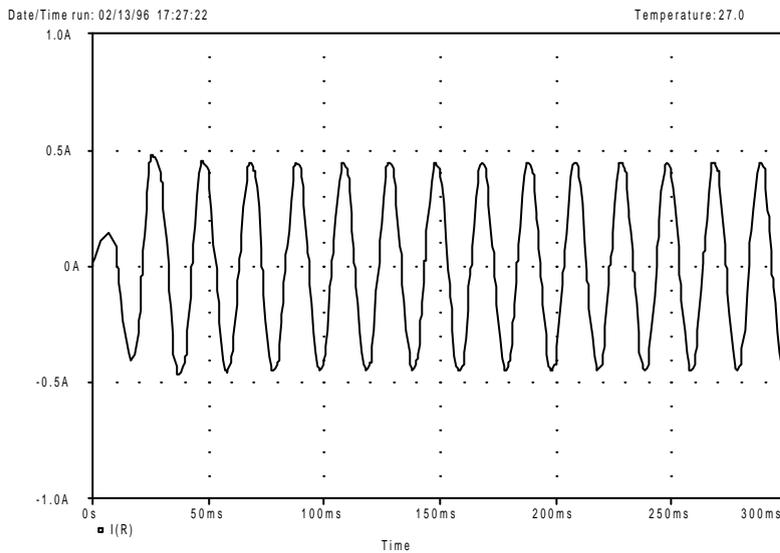
$V_{oL(\text{typ})} = 0.2 \text{ V}$ .  $t_f = 60 \text{ ns}$ .

Obtener la gráfica de la intensidad en la carga.

Solución:

*Nota: Para la simulación de este ejemplo es necesario utilizar la librería MEUHP.LIB que se encuentra en el disquete adjunto. Advertimos que para simular este ejemplo es necesario que se encuentre dicha librería en el directorio raíz.*

Debido a los valores que presenta la carga, una resistencia muy baja y una inductancia muy alta, se presenta una intensidad de salida bastante senoidal. Se deja propuesto al lector que examine las tensiones en cada uno de los componentes de la carga, así como los períodos de conducción de los diodos y los transistores.



**Fig.7. 31**  
Intensidad en la carga.

El listado para la simulación:

**(T7S1.CIR) SIMULACION CON COMPONENTES REALES.**

```
Q1 1 2 4 Q2N2222
Q2 8 11 0 Q2N2222
Q3 1 9 8 Q2N2222
Q4 4 6 0 Q2N2222
.LIB C:\MEUHP.LIB
D1 4 1 D1N4001
D4 0 4 D1N4001
D3 8 1 D1N4001
D2 0 8 D1N4001
.LIB C:\MEUHP.LIB
RG1 3 2 1000
RG4 6 5 1000
RG3 9 10 1000
RG2 11 12 1000
V1 1 0 12V
R 4 20 0.5
L 20 30 310.5M
C 30 8 47U
VG1 3 4 PULSE(0.2 5.4 0 60N 60N 9.99988M 20M)
VG2 12 0 PULSE(0.2 5.4 0 60N 60N 9.99988M 20M)
VG4 5 0 PULSE(0.2 5.4 10M 60N 60N 9.99988M 20M)
VG3 10 8 PULSE(0.2 5.4 10M 60N 60N 9.99988M 20M)
.tran 10.000N .3 0 0 ; *ipsp*
.PROBE
.four 50 V(4,8) ; *ipsp*
.END
```

## 7.3 Modulaciones básicas

### 7.3.1 REGULACIÓN DE LA TENSIÓN DE SALIDA.

En los esquemas estudiados que funcionan como fuente de tensión, es evidente que la tensión de salida depende de la batería exclusivamente.

En los circuitos reales existe una pérdida de tensión en los semiconductores y en el cableado que aumenta ligeramente con la carga. Esto es particularmente cierto en la configuración con transformador de toma media debido a la resistencia de los devanados.

Un requerimiento muy común de los inversores prácticos es la posibilidad de mantener constante el valor eficaz de la tensión de salida frente a las variaciones de la tensión de entrada y de la corriente de la carga, o incluso poder variar la tensión de salida entre unos márgenes más o menos amplios.

Las soluciones existentes para este último problema se pueden agrupar en tres procedimientos:

- Control de la tensión continua de entrada.
- Regulación interna en el propio inversor.
- Regulación en la tensión de salida.

La regulación de la tensión de salida consiste en disponer a la salida del inversor de un autotransformador de relación de espiras regulables, bien mecánicamente mediante escobillas o eléctricamente mediante tiristores.

Tiene los inconvenientes de ser de respuesta lenta y de suponer un aumento de volumen considerable cuando se necesita una relación de tensión elevada.

Con respecto al primer problema de mantener constante la salida frente a variaciones de entrada o carga, se resuelve con un circuito de regulación en cadena cerrada adecuada.

A continuación vamos a estudiar más detenidamente la variación de la tensión de salida por medio de la regulación interna del propio inversor.

El método más eficiente para la regulación interna del inversor consiste en modular la anchura de los pulsos (PWM). Las técnicas más utilizadas son:

1. Modulación en anchura de un pulso por semiperíodo.
2. Modulación en anchura de varios pulsos por semiperíodo.
3. Modulación senoidal.
4. Modulación senoidal modificada.
5. Modulación con alternancias positivas y negativas en cada semiperíodo.
6. Modulación en modo de control de la corriente (Por banda de histéresis).

### Modulación en anchura de un pulso por semiperíodo.

En un control de este tipo sólo existe un pulso por cada semiciclo, y variando la anchura de este pulso controlamos la tensión de salida del inversor. En la figura 7.32 se muestra la generación de las señales de puerta de los transistores y la tensión de salida de un inversor en puente monofásico.

Dicha generación de señales de puerta se obtienen por comparación de una onda rectangular (onda de referencia) de amplitud  $A_r$  con una onda triangular (portadora) de amplitud  $A_c$ .

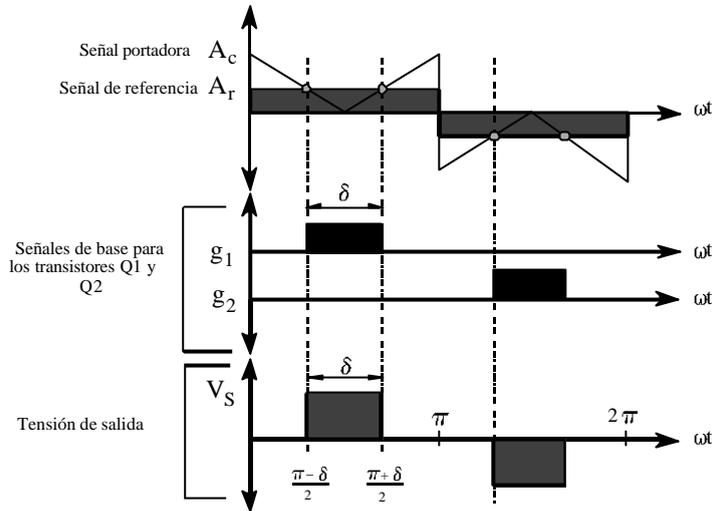
La frecuencia de la señal de referencia determina la frecuencia de la tensión de salida, y variando  $A_r$  desde 0 hasta  $A_c$  conseguimos variar la anchura del pulso  $\delta$  desde  $0^\circ$  hasta  $180^\circ$ .

La relación entre  $A_r$  y  $A_c$  determina la amplitud del "*índice de modulación*  $M$ ".

$$M = \frac{A_r}{A_c} \quad \text{E 7. 25}$$

La tensión eficaz de salida viene dada por:

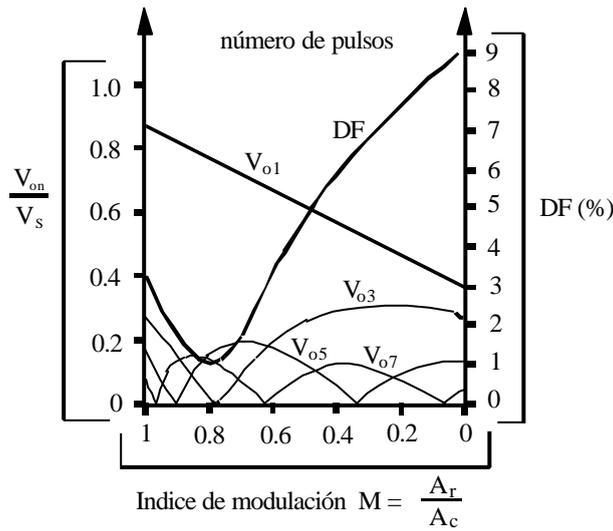
$$V_{o(RMS)} = \sqrt{\frac{2}{2p} \int_{\frac{p-d}{2}}^{\frac{p+d}{2}} V_s^2 d(\omega t)} = V_s \sqrt{\frac{d}{p}} \quad \text{E 7. 26}$$



**Fig.7. 32**  
Modulación en anchura de un pulso por semiperíodo.

La tensión instantánea de salida se expresa en series de Fourier de la siguiente forma:

$$v_o(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4 \times V_s}{n\pi} \text{sen}\left(\frac{nd}{2}\right) \times \text{sen}(n\omega t) \quad \text{E 7. 27}$$



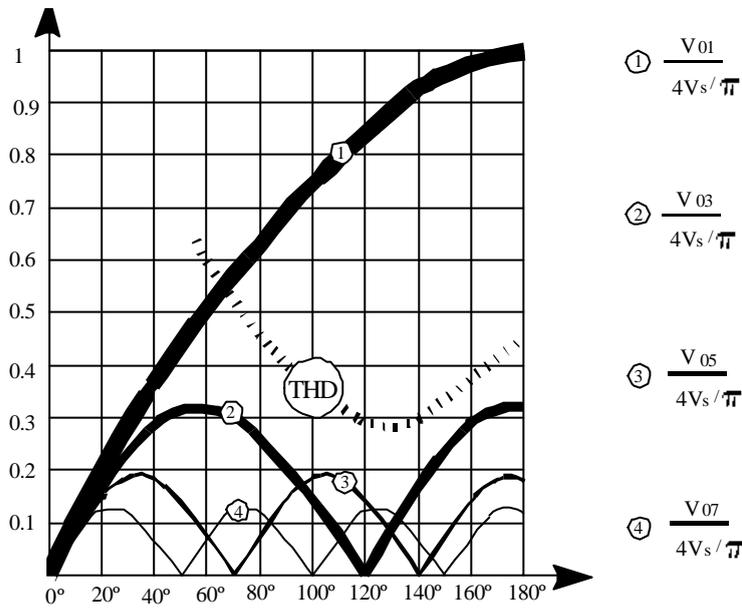
**Fig.7. 33**  
Evolución de los armónicos.

En esta figura se observa que el armónico dominante es el tercero y el factor de distorsión aumenta significativamente para tensiones bajas de salida \$A\_r/A\_c = 0\$.

En la figura 7.34 se representa la variación de las amplitudes de la onda fundamental y de los armónicos en función del ancho del impulso. También se ha representado la distorsión armónica total de la salida, que viene dada por:

$$THD = \frac{1}{V_{o1}} \times \sqrt{\sum_{n=3,5,7\dots}^{\infty} V_{on}^2} = \frac{\sqrt{V_3^2 + V_5^2 + V_7^2 + \dots}}{V_1}$$

E 7. 28



**Fig.7. 34**  
Fundamental y armónicos en función de  $\delta$ .

En esta figura se observa que la distorsión armónica es mínima aproximadamente para el ancho de impulso  $\delta = 120^\circ$ , cuando el tercer armónico vale cero.

## Ejemplo 7.9



Diseñar un circuito inversor en puente monofásico para una simulación con Pspice. Se desea que convierta a alterna la tensión continua que proporciona una sola batería de valor  $V_S = 100 \text{ V}$  y que actúe sobre una carga puramente resistiva de valor  $R = 2.5 \text{ W}$ . La frecuencia de salida ha de ser  $50 \text{ Hz}$ .

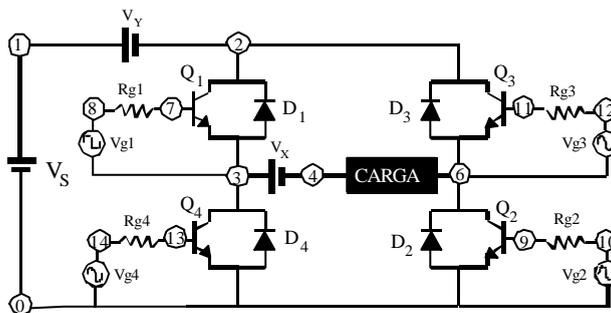
Como especificaciones tenemos que se debe controlar la tensión de salida mediante una modulación PWM de un pulso por semiperíodo y presentar un índice de modulación  $M = 0.6$ .

Se pide:

- Diseñar el circuito inversor y el circuito de control para el análisis con el simulador y calcular el ancho del pulso.
- Calcular la tensión eficaz de salida  $V_{o(\text{RMS})}$  y la potencia media en la carga.
- Obtener las siguientes gráficas: Tensión en la carga. Comparación de las señales portadora y de referencia. Comparación entre dos intensidades de colector de cada una de las ramas. Análisis espectral de la tensión de salida.
- Presentar el listado del programa para simular el circuito.

Solución:

- Para el diseño del circuito inversor se opta por un puente monofásico tal y como se muestra en la figura, en donde:



$$V_S = 100 \text{ V}$$

$$R_{g1} = \dots = R_{g4} = 100 \text{ } \Omega$$

$$V_X = V_Y = 0 \text{ V}$$

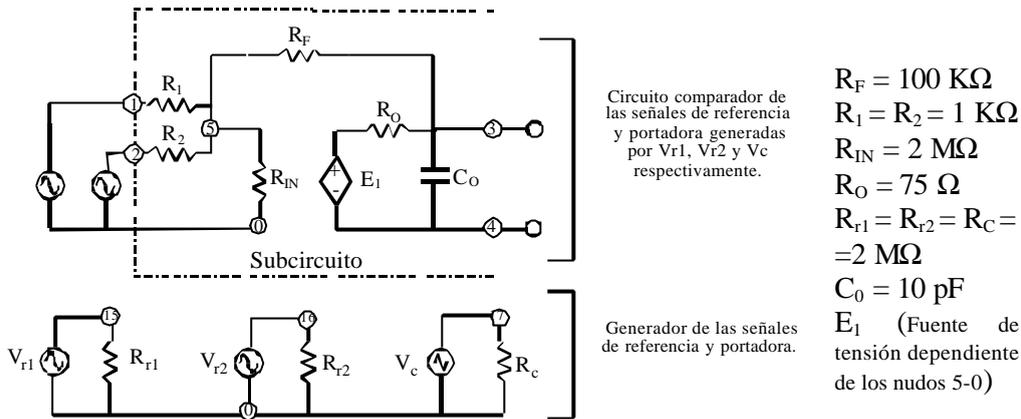
(Fuentes que permiten medir la intensidad de paso)

$$R = 2.5 \text{ } \Omega$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

Para excitar los transistores ajustándose a las especificaciones es necesario diseñar un circuito de control que insertaremos en el listado de Pspice a modo de subcircuito y actuará directamente sobre los transistores. Dicho circuito de control se muestra en la siguiente figura y consta de un amplificador que compara las señales de refe-

rencia con la portadora, las cuales son generadas a parte. Los valores tomados para el diseño son:



El circuito de control actúa a modo de cuadripolo en donde los dos polos de entrada son los nudos 1 y 2. En dichos polos se conectan los nudos 17 y 15 de las fuentes  $V_c$  y  $V_{r1}$  respectivamente para una rama inversora y los nudos 17 y 16 de las fuentes  $V_c$  y  $V_{r2}$  para la otra. En general lo que se hace es amplificar la diferencia de tensiones  $V(17,16)$  para una rama y la diferencia  $V(17,15)$  para la otra, estando  $V_{r1}$  desfasada  $180^\circ$  respecto de  $V_{r2}$ .

Para ajustarnos a la especificación del índice de modulación y frecuencia de salida vamos a comparar una señal portadora triangular  $A_c$  con una de referencia  $A_r$  cuadrada por lo que prefijando la amplitud de una de ellas podemos calcular la amplitud de la otra. Prefijamos a 50 voltios la amplitud de la señal triangular, por lo que:

$$M = \frac{A_r}{A_c} \quad A_r = M \times A_c = 0.6 \times 50 = 30 \text{ V}$$

Para calcular  $\delta$  basta con aplicar una relación: si para un  $M = 1$  tendríamos un ancho de pulso de  $180^\circ$ , para  $M = 0.6$  tendremos un ancho de pulso  $\delta = 108^\circ$  que equivale a un tiempo  $T_\delta = 6 \text{ mseg}$ .

La relación de frecuencias entre la señal triangular y la cuadrada ha de ser 2, es decir, la triangular ha de tener el doble de frecuencia que la cuadrada para que al compararlas se pueda obtener un pulso por semiperíodo, por tanto, se deduce que las frecuencias que han de usarse son 50 Hz para la cuadrada y 100 Hz para la triangular.

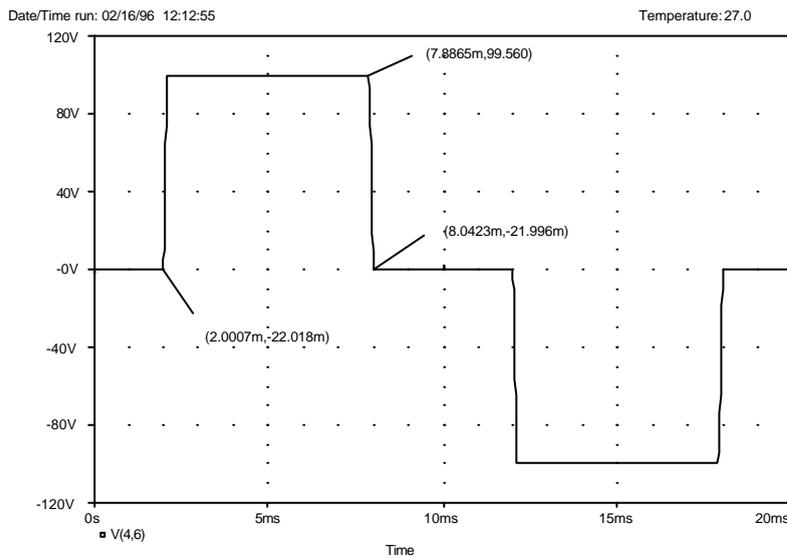
b) La tensión eficaz de salida, en general, viene dada por:

$$V_{o(RMS)} = \sqrt{\frac{2}{2p} \int_{\frac{p-d}{2}}^{\frac{p+d}{2}} V_s^2 d(\omega t)} = V_s \times \sqrt{\frac{d}{p}} = 100 \times \sqrt{\frac{108^\circ}{180^\circ}} = 77.45 \text{ V}$$

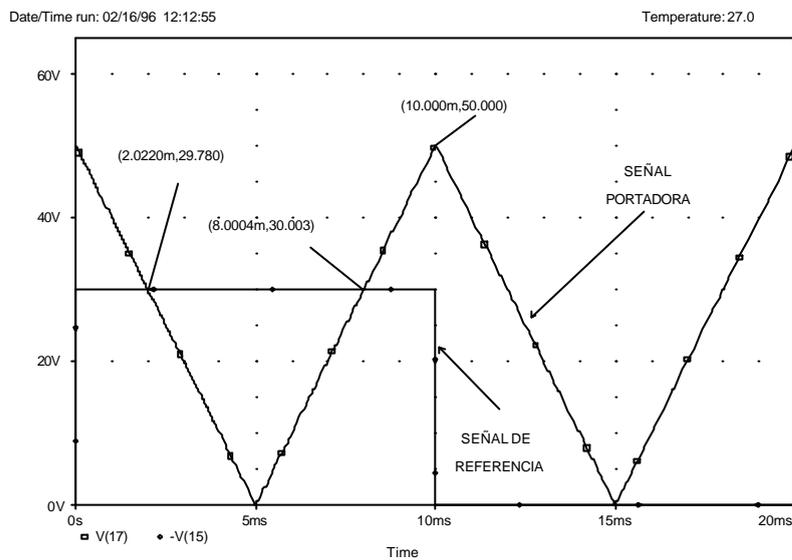
La potencia media es:

$$P_{o(AV)} = \frac{V_{o(RMS)}^2}{R} = \frac{77.45^2}{2.5} = 2402.5 \text{ W}$$

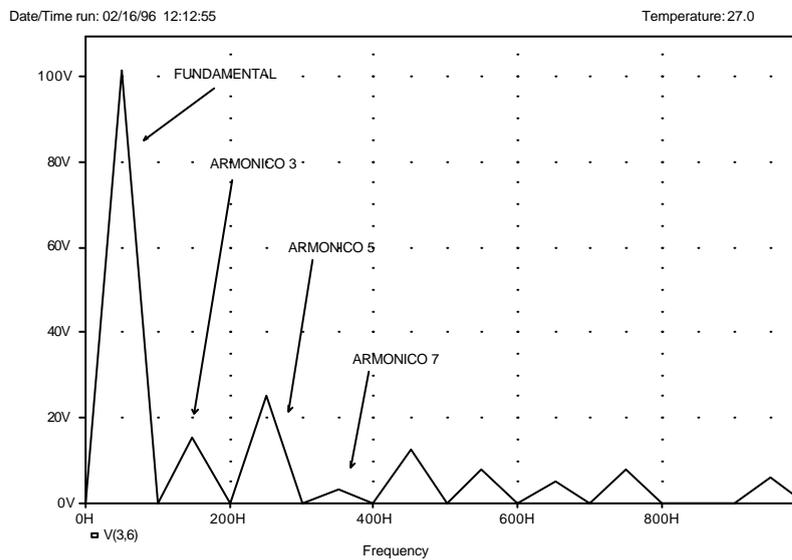
c) Las gráficas que hemos obtenido tras simular el circuito se muestran a continuación:



**Fig.7. 35**  
Tensión en la carga



**Fig.7. 36**  
Señales portadora y de referencia.



**Fig.7. 37**  
Análisis espectral de la tensión de salida.

En las figuras 7.35 y 7.36 se comprueba que el tiempo de conducción de los transistores es aproximadamente igual al indicado en teoría.

En la figura 7.37 se aprecia que el armónico nº 3 disminuye en amplitud y el nº 5 aumenta. Este hecho no afecta a la distorsión armónica total, pero es de gran utilidad a la hora de filtrar la señal, puesto que es más fácil eliminar los armónicos de frecuencias más alejadas a la del fundamental.

Se deja propuesto al lector la simulación de este ejemplo para varios ciclos de la tensión de salida y observe como la potencia media en la carga y la tensión eficaz en ésta son  $P_{o(AV)} = 2418.6 \text{ W}$  y  $V_{o(RMS)} = 77.618 \text{ V}$  que coinciden prácticamente con los valores calculados en el apartado “b”, asimismo sería interesante la simulación para varias anchuras de pulso y comprobar los efectos que producen estas distintas anchuras en los armónicos.

d) El listado del programa:

**(T7E9.CIR) SIMULACION DEL EJEMPLO 7.9**  
**\* MODULACION CON UN PULSO POR SEMIPERODO.**

\* Definicion de los transistores:

Q1 2 7 3 QMOD

Q2 6 9 0 QMOD

Q3 2 11 6 QMOD

Q4 3 13 0 QMOD

.MODEL QMOD NPN(IS=6.734F BF=416.4 CJC=3.638P CJE=4.493P)

\* Resistencias de base:

RG1 8 7 100

RG2 10 9 100

RG3 12 11 100

RG4 14 13 100

\* Definicion de los diodos:

D1 3 2 DMOD

D2 0 6 DMOD

D3 6 2 DMOD

D4 0 3 DMOD

.MODEL DMOD D(IS=2.2E-15 BV=1800V TT=0)

\* Fuentes c.c. del circuito:

VX 3 4 0

VY 1 2 0

VS 1 0 100V

\* Carga:

R 4 6 2.5

\* Generacion de senales portadora y de referencia:

VC 17 0 PULSE(50V 0V 0MS 5MS 5MS 1NS 10MS)

RC 17 0 2MEG

```
VR1 15 0 PULSE(0V -30V 0MS 1NS 1NS 10MS 20MS)
RR1 15 0 2MEG
VR2 16 0 PULSE(0V -30V 10MS 1NS 1NS 10MS 20MS)
RR2 16 0 2MEG
```

\* Subcircuitos comparadores de senales portadoras y de referencia que actuan  
\* en las bases de los transistores:

```
XPW1 17 15 8 3 PWM
XPW2 17 15 10 0 PWM
XPW3 17 16 12 6 PWM
XPW4 17 16 14 0 PWM
```

\* Subcircuito para simular el amplificador comparador:

```
.SUBCKT PWM 1 2 3 4
R1 1 5 1K
R2 2 5 1K
RIN 5 0 2MEG
RF 5 3 100K
RO 6 3 75
CO 3 4 10P
E1 6 4 0 5 2E+5
```

```
.ENDS PWM
```

\* Parametros para el analisis:

```
.TRAN 10US 20MS 0 10US
.PROBE
.OPTIONS ABSTOL=1.00N RELTOL=0.01 VNTOL=0.1 ITL5=20000
.FOUR 50HZ V(3,6)
.END
```

---

### Ejemplo 7.10

---

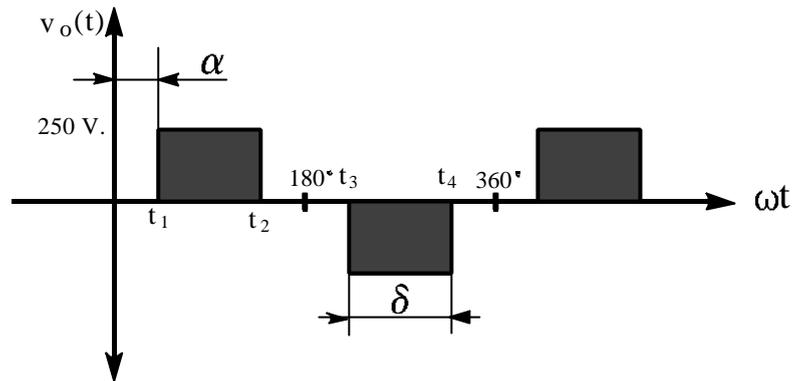


En un inversor monofásico en el que la tensión de salida se modula mediante un impulso por semiperíodo, calcular:

- El valor de  $a$  necesario para que la componente fundamental de la tensión de salida sea de 50 V para  $V_s = 250$  V.
- La amplitud del tercer armónico de la tensión de salida para este valor de  $a$ .

Solución:

- a) Este tipo de configuración produce una tensión de salida como la que se muestra en la gráfica siguiente.



La componente fundamental de la tensión de salida se obtiene mediante la integral:

$$B_1 = \frac{2}{T} \int_0^T v_o(t) \text{sen}(\omega t) dt =$$

$$= \frac{2}{T} \left( \int_{t_1}^{t_2} V_s \text{sen}(\omega t) dt - \int_{t_3}^{t_4} V_s \text{sen}(\omega t) dt \right)$$

como:

$$t_3 = t_1 + \frac{T}{2} \quad t_4 = t_2 + \frac{T}{2} \quad \Rightarrow \quad t_2 = \frac{T}{2} - t_1$$

$$\mathbf{a} = \omega t_1 \quad \omega = \frac{2\mathbf{p}}{T}$$

resolviendo la integral y sustituyendo estos valores tenemos:

$$B_1 = \frac{4V_s}{\mathbf{p}} \times \cos(\omega t_1) = \frac{4V_s}{\mathbf{p}} \times \cos \mathbf{a}$$

por tanto, para los datos del ejercicio obtendremos un valor de  $\alpha$  de:

$$50 = \frac{4 \times 250}{\mathbf{p}} \times \cos \mathbf{a} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{a} = \arccos \frac{50 \times \mathbf{p}}{4 \times 250} = 80.86^\circ$$

- b) Para obtener la amplitud de cada armónico bastará con resolver la misma integral para la frecuencia de cada uno de ellos, es decir:

$$B_n = \frac{4V_s}{n\pi} \cos(n\omega t_1)$$

por lo que la amplitud del tercer armónico valdrá:

$$B_3 = \frac{4 \times 250}{3\pi} \cos(3 \times 80.86^\circ) = -48.37 \text{ V}$$

Un caso específico lo tendríamos cuando  $\alpha = 30^\circ$  puesto que la amplitud del fundamental se divide por un factor de 0.8660 y el tercer armónico se elimina, puesto que el  $\cos(3 \times 30^\circ) = 0$ .

### Modulación en anchura de varios pulsos por semiperíodo.

Cuando la tensión entregada a la carga se necesita que sea lo más senoidal posible, con o sin filtro de salida, conviene reducir al máximo el contenido de armónicos de la onda de salida.

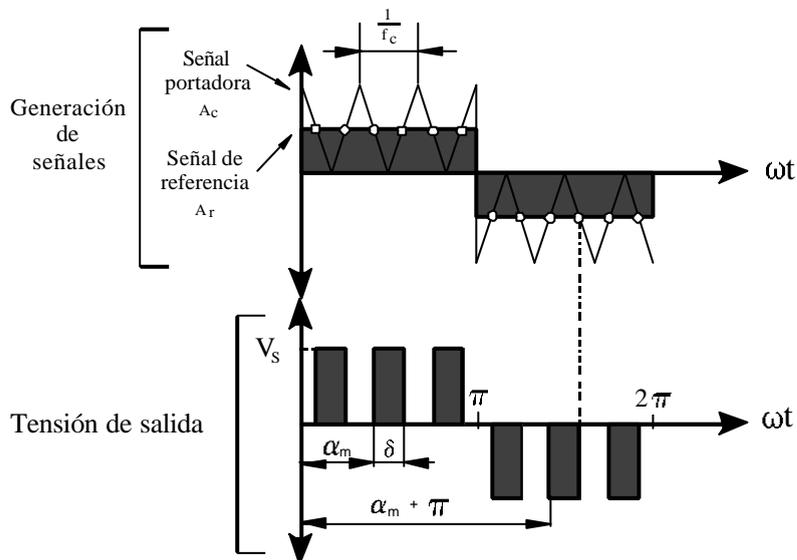


Fig.7.38  
Modulación en anchura de pulsos.

Este método consiste en hacer que en cada semiperíodo halla un número entero de impulsos a la salida, los cuales están modulados en anchura. La señal de salida se obtiene por comparación de una señal de referencia con una portadora tal y como se ve en la figura 7.38 conjuntamente con las señales de puerta que se utilizan para conmutar a los transistores.

La frecuencia  $f_r$  de la señal de referencia nos proporciona la frecuencia “ $f$ ” que tendrá la señal de salida, y la frecuencia  $f_c$  de la onda portadora nos determina el número “ $p$ ” de pulsos por semiciclo.

El índice de modulación  $M$  controla la tensión de salida, conociéndose este tipo de modulación también como “*Modulación Uniforme de Anchura de Pulsos*” (UPWM). El número de pulsos por semiciclo lo obtenemos del siguiente modo:

$$p = \frac{f_c}{2 \times f} = \frac{m_f}{2} \quad \text{E 7. 29}$$

donde:

$$m_f = \frac{f_c}{f}$$

es conocida como la proporción de la frecuencia de modulación.

La variación del índice de modulación de cero a uno nos variará el ancho del pulso de 0 a  $\pi/p$  y la tensión de salida desde cero a  $V_s$ .

Si  $\delta$  es la anchura de cada pulso, la tensión eficaz de salida se obtiene a partir de:

$$V_{o(RMS)} = \sqrt{\frac{2 \times p}{2 \times p} \int_{\frac{\left(\frac{p}{p}\right)-d}{2}}^{\left(\frac{p}{p}\right)+d} V_s^2 d(\omega t)} = V_s \times \sqrt{\frac{p \times d}{p}} \quad \text{E 7. 30}$$

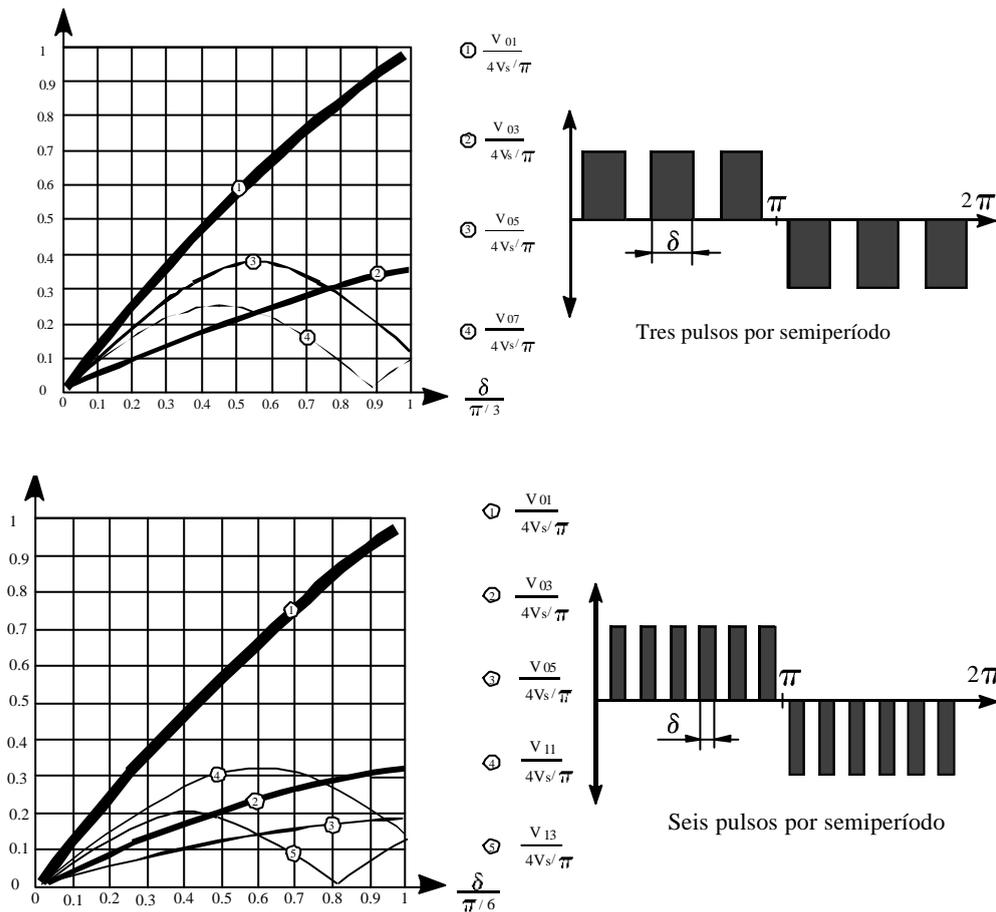
La tensión instantánea de salida en series de Fourier se expresa como:

$$v_o(t) = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} B_n \times \text{sen}(n\omega t) \quad \text{E 7. 31}$$

donde el coeficiente  $B_n$  se determina al considerar un par de pulsos, tal que el pulso positivo, de duración  $\delta$  comienza para  $\omega t = \alpha_m$  y el pulso negativo de la misma anchura comienza para  $\omega t = \alpha_m + \pi$ .

A medida que aumentamos el número de pulsos por ciclo cobran mayor importancia en amplitud los armónicos superiores, por lo que resulta mucho más fácil el filtrado posterior de la señal y obtener una onda senoidal lo más perfecta posible.

En las gráficas de la figura 7.39 se observa este efecto:



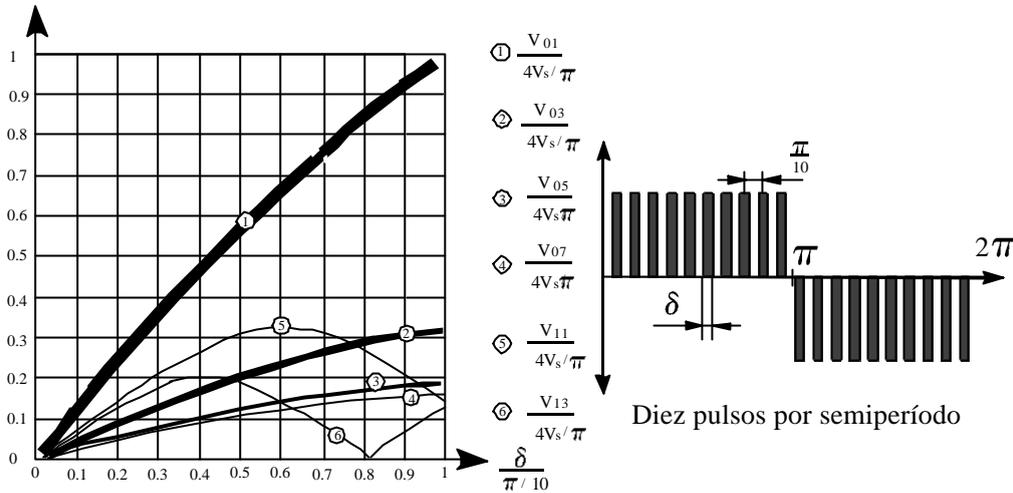


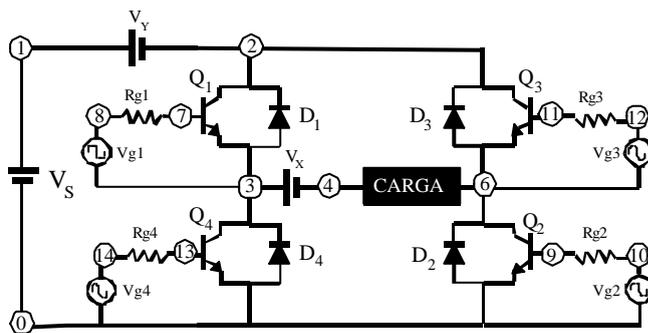
Fig.7. 39 Comparación de los armónicos para distintos números de pulsos.

**Ejemplo 7.11**



Dado el circuito de la figura, en donde:  $R_{g1} = \dots = R_{g4} = 100 \text{ W}$ ,  $f = 50 \text{ Hz}$ ,  $V_s = 100 \text{ V}$ ,  $V_x = V_y = 0 \text{ V}$  y  $R = 2.5 \text{ W}$ .

Se pide:



- Diseñar el circuito de control para obtener cinco pulsos por semiciclo. Con un índice de modulación  $M = 0.6$ , calcular el ancho de pulso que se produce para estas condiciones.
- Calcular la tensión eficaz  $V_{0(RMS)}$ .
- Obtener mediante simulación con Pspice las siguientes gráficas: Tensión de salida. Comparación de la señal de referencia con la portadora. Análisis espectral de la tensión de salida.

d) Listado del programa.

Solución:

a) Para obtener cinco pulsos por semiperíodo a la salida es necesario comparar dos señales (una portadora triangular y otra de referencia cuadrada) en donde la frecuencia de la portadora ha de ser diez veces superior a la de referencia y como ésta debe tener una frecuencia  $f_r = f = 50 \text{ Hz}$ , tendremos:

$$f_c = 10 \times f = 10 \times 50 = 500 \text{ Hz}$$

El ancho de pulso que se produce viene dado por la relación siguiente: si para  $M = 1$  el ancho de pulso es  $180^\circ/5$  para un  $M = 0.6$  tenemos:

$$d = 36^\circ \times 0.6 = 21.6^\circ \quad \Rightarrow \quad T_d = 1.2 \text{ mseg.}$$

El circuito de control que se va a utilizar es el mismo que el del ejemplo 7.9, pero ahora la frecuencia de la fuente  $V_c$  es de 500 Hz.

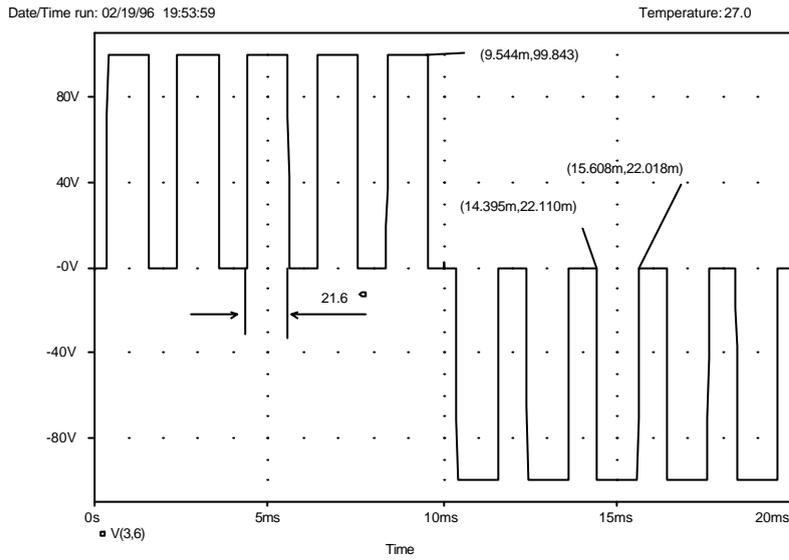
b) La tensión eficaz se calcula del siguiente modo:

$$V_{o(RMS)} = \sqrt{\frac{2 \times p}{2 \times p} \int_{\left(\frac{p}{p}\right) - d}^{\left(\frac{p}{p}\right) + d} V_s^2 d(\omega t)} = V_s \times \sqrt{\frac{p \times d}{p}} = 100 \times \sqrt{\frac{5 \times 21.6^\circ}{180^\circ}} = 77.45 \text{ V}$$

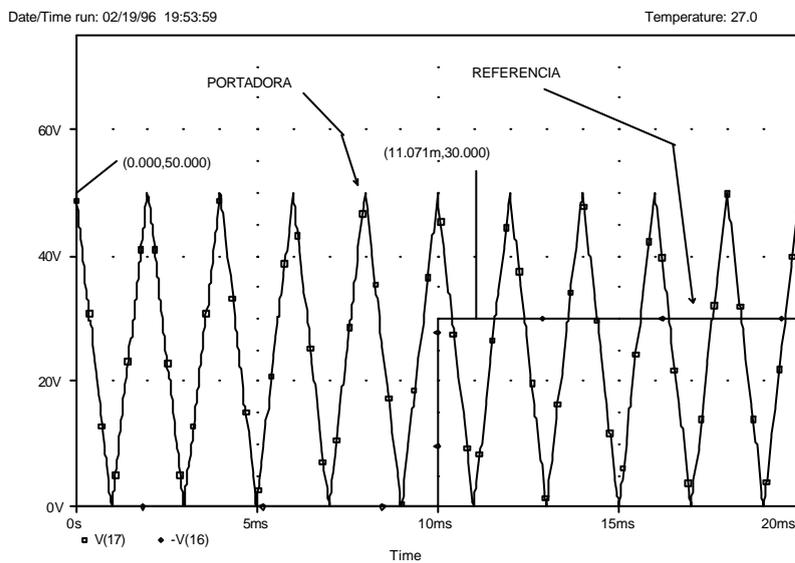
Como puede verse, la tensión eficaz de salida coincide con la del ejercicio 7.9 y esto se debe a que ambos ejercicios poseen el mismo índice de modulación.

c) En las figuras 7.40 y 7.41 se puede observar el ángulo de conducción de los transistores, que coincide con el teórico del apartado "a". Simulando este ejemplo para más ciclos (al menos dos ciclos o un total de 40 mseg.) obtendremos una tensión eficaz a la salida de  $V_{o(RMS)} = 76.068 \text{ V}$  aproximándose mucho al valor teórico del apartado "b".

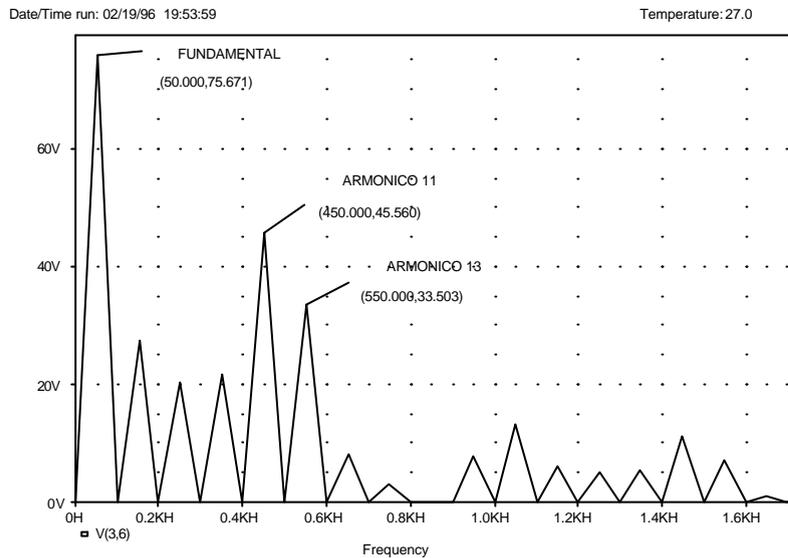
Como puede observarse en la figura 7.42, los armónicos de orden más bajo están disminuidos en amplitud con respecto a los que produce la modulación de un pulso por semiperíodo, sin embargo, los de mayor orden (a partir del séptimo) crecen en amplitud. Por lo tanto, para este tipo de modulación es más fácil aplicar un filtro de segundo orden para obtener una señal senoidal lo más perfecta posible, eliminando los armónicos de orden más alto.



**Fig.7. 40**  
Tensión de salida.



**Fig.7. 41**  
Comparación de la  
señal portadora con  
la de referencia.



**Fig.7. 42**  
Análisis espectral de la tensión de salida.

### (T7E11.CIR) SIMULACION DEL EJEMPLO 7.11

**\*CIRCUITO INVERSOR EN PUENTE MONOFASICO CON CINCO PULSOS**

**\*POR SEMIPERIDO**

\* Transistores del puente inversor:

Q1 2 7 3 QMOD

Q2 6 9 0 QMOD

Q3 2 11 6 QMOD

Q4 3 13 0 QMOD

.MODEL QMOD NPN(IS=6.734F BF=416.4 CJC=3.638P CJE=4.493P)

\* Resistencias de base:

RG1 8 7 100

RG2 10 9 100

RG3 12 11 100

RG4 14 13 100

\* Diodos en antiparalelo:

D1 3 2 DMOD

D2 0 6 DMOD

D3 6 2 DMOD

D4 0 3 DMOD

.MODEL DMOD D(IS=2.2E-15 BV=1800V TT=0)

\* Fuentes c.c. del circuito:

VX 3 4 0

VY 1 2 0

VS 1 0 100V

\* Carga:

R 4 6 2.5

\* Generacion de senales de referencia y portadora:

VC 17 0 PULSE(50 0V 0MS 1M 1M 1N 2MS)

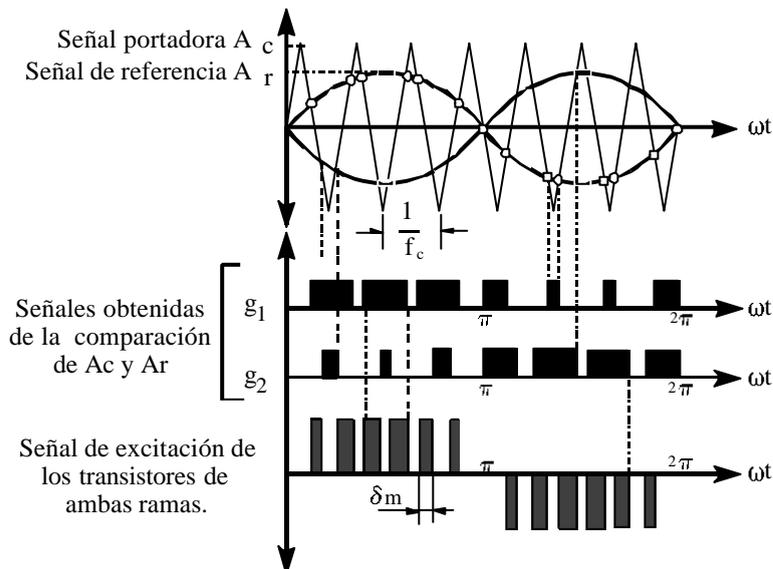
RC 17 0 2MEG

VR1 15 0 PULSE(0 -30V 0MS 1N 1N 10MS 20MS)

```

RR1 15 0 2MEG
VR2 16 0 PULSE(0 -30V 10MS 1N 1N 10MS 20MS)
RR2 16 0 2MEG
* Subcircuito amplificador y excitador de los transistores:
XPW1 17 15 8 3 PWM
XPW2 17 15 10 0 PWM
XPW3 17 16 12 6 PWM
XPW4 17 16 14 0 PWM
.SUBCKT PWM 1 2 3 4
R1 1 5 1K
R2 2 5 1K
RIN 5 0 2MEG
RF 5 3 100K
RO 6 3 75
CO 3 4 10P
E1 6 4 0 5 2E+5
.ENDS PWM
* Parametros para el analisis:
.TRAN 10US 20MS 0 10US
.PROBE
.OPTIONS ABSTOL=1.00N RELTOL=0.01 VNTOL=0.1 ITL5=20000
.FOUR 50HZ V(3,6)
.END
    
```

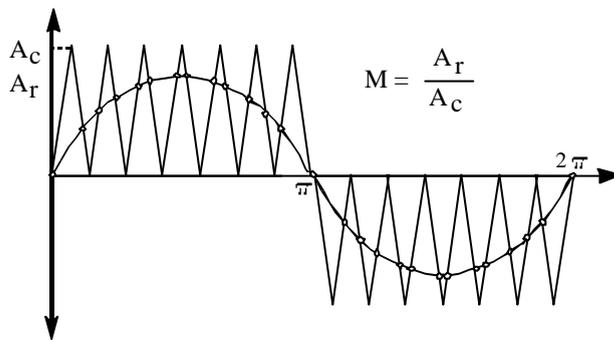
### Modulación senoidal.



**Fig.7. 43**  
 Generación de pulsos  
 utilizando dos ondas  
 senoidales y tensión  
 de salida.

En lugar de mantener constante la anchura de todos los pulsos como en el caso anterior, se varían en proporción a la amplitud de una onda senoidal; de esta forma el factor de distorsión y los armónicos de orden más bajos son reducidos significativamente.

Las señales de puerta se obtienen por comparación entre la citada señal senoidal (señal de referencia) y una señal triangular (señal portadora). La frecuencia de la señal de referencia  $f_r$  determina la frecuencia “f” de la tensión de salida y su amplitud  $A_r$  controla el índice de modulación  $M$  y por consiguiente la tensión eficaz de salida  $V_{o(RMS)}$ . El número de pulsos por semiciclo depende de la frecuencia de la señal portadora como se puede observar en la figura 7.43.



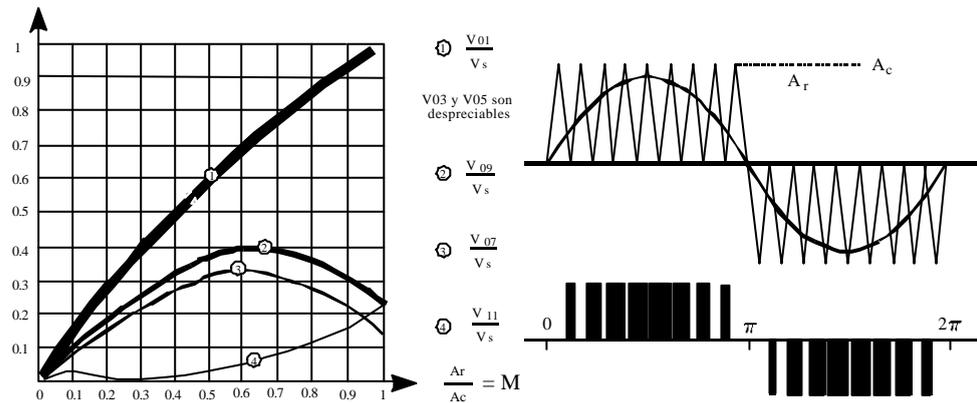
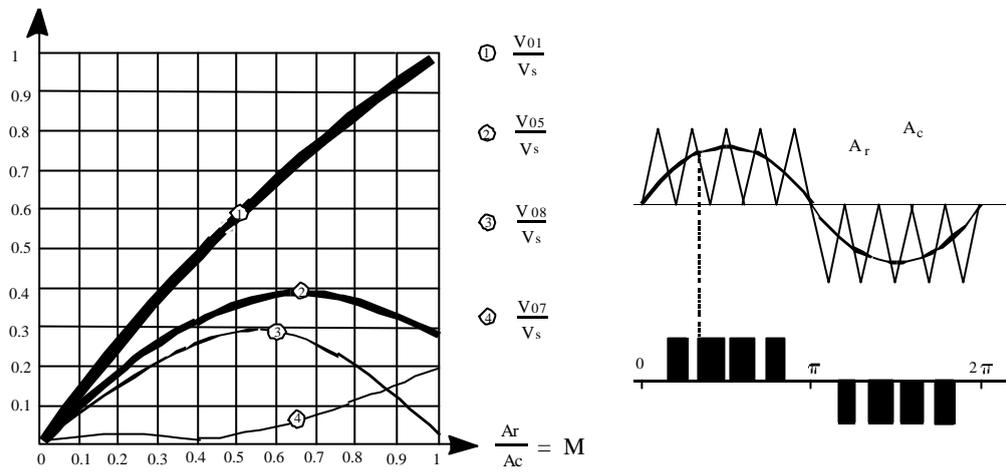
Las mismas señales de puerta se pueden generar usando una onda portadora triangular unidireccional como la que se muestra en la figura 7.44.

**Fig.7. 44**  
Comparación entre una onda senoidal y una triangular unidireccional.

Podemos observar en la figura 7.43 que la anchura de cada pulso de la señal de excitación corresponde a los intervalos existentes entre los puntos de corte de la onda portadora y la de referencia, obteniéndose el doble de pulsos si utilizamos dos ondas senoidales en vez de una.  $\delta_m$  es la anchura de un pulso pésimo que varía al modificar el índice de modulación y modificando éste se altera la tensión eficaz de salida, que vendrá dada por:

$$V_{o(RMS)} = V_s \sqrt{\sum_{p=1}^p \frac{d_m}{p}} \quad \text{E 7. 32}$$

Con este tipo de modulación se consigue un menor contenido de armónicos como se puede apreciar en los gráficos de la figura 7.45:



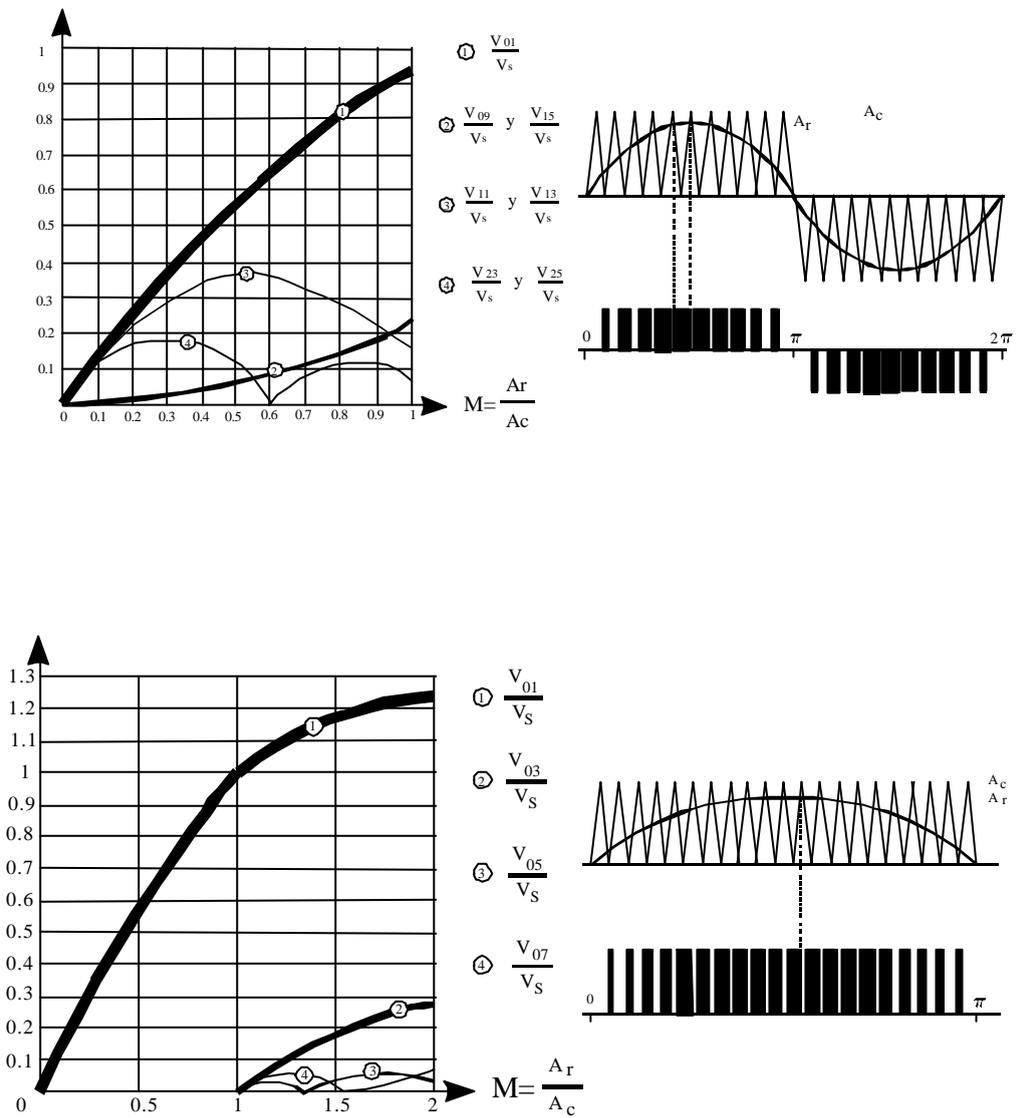


Fig.7.45 Comparación de armónicos según el número de pulsos.

En comparación con el caso anterior, este tipo de modulación reduce significativamente el factor de distorsión eliminando todos los armónicos menores o iguales a  $2p-1$ . Por ejemplo, para  $p = 5$  (cinco pulsos por semiperíodo) el armónico de menor orden es el noveno.

La modulación en anchura de pulso (PWM) introduce armónicos en un rango alto de frecuencias alrededor de la *frecuencia de disparo*  $f_c$  y sus múltiplos, es decir, alrededor de los armónicos  $m_f, 2m_f, 3m_f, \dots$ . La frecuencia a la que se producen estos armónicos viene dada por:

$$f_n = (jm_f \pm k) \times f_c \quad \text{E 7.33}$$

donde “k” es el flanco de bajada del armónico “n” en el instante “j” para la proporción frecuencia-modulación  $m_f$ .

$$n = jm_f \pm k = 2jp \pm k$$

$$\text{para } j = 1, 2, 3, \dots \quad k = 1, 3, 5, \dots \quad \text{E 7.34}$$

La tensión de pico de salida del fundamental para control PWM y SPWM viene dada aproximadamente por:

$$V_{o1} = d \times V_s \quad \text{para } 0 \leq d \leq 1 \quad \text{E 7.35}$$

para  $d = 1$ , la ecuación 7.35 tiene la máxima amplitud de pico de la tensión de salida del fundamental:  $V_{o1(\text{máx})} = V_s$ . Pero de la ecuación:

$$v_o(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4 \times V_s}{n\mathbf{P}} \text{sen}(n\omega t) \quad \text{E 7.36}$$

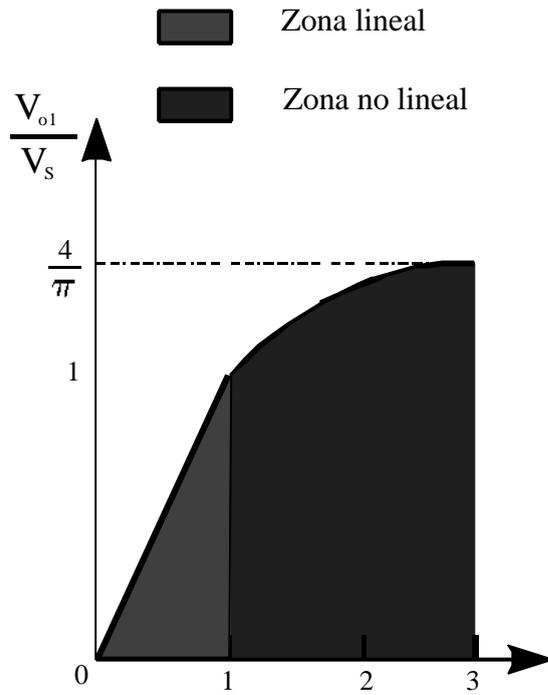
tenemos un máximo de:

$$\frac{4 \times V_s}{\mathbf{P}} = 1.278 V_s$$

para una onda de salida cuadrada.

Para aumentar la tensión de salida del fundamental podemos incrementar el valor de “d” más allá de uno, esto es conocido como *sobremodulación* (“d” es el índice de modulación cuando éste supera la unidad). El valor de “d” en el que se cumple

que  $V_{o1(\text{máx})} = 1.278 \times V_S$ , depende del número de pulsos por semiciclo y es aproximadamente tres para  $p = 7$  como se muestra en la figura 7.46.



**Fig.7. 46**  
Relación entre el índice de modulación y la tensión pico del fundamental.

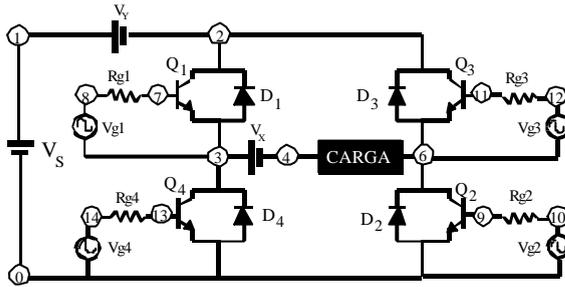
La sobremodulación se emplea básicamente para operar con ondas cuadradas e inyecta más armónicos que el modo de operación en el rango lineal (para  $d \leq 1$ ), por esto, la sobremodulación es normalmente evitada en aplicaciones que requieren una distorsión baja.

La modulación senoidal es muy usada en aplicaciones industriales y se conoce como modulación senoidal de anchura de pulso (SPWM).

**Ejemplo 7.12**



Dado el circuito inversor en puente monofásico de la figura, en el que los datos son:



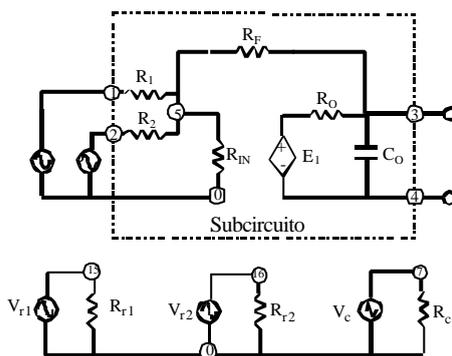
- $R = 2.5 \text{ W}$
- $R_{g1} = \dots = R_{g4} = 100 \text{ W}$
- $V_S = 100 \text{ V}$
- $V_X = V_Y = 0 \text{ V}$
- $f = 60 \text{ Hz}$

Se pide:

- a) Diseñar el circuito de control para modular la tensión de salida senoidalmente con cinco pulsos por semiperíodo y con índice de modulación  $M = 0.9$ .
- b) Calcular la tensión eficaz de salida  $V_{o(RMS)}$ .
- c) Simular el circuito con Pspice y obtener las siguientes gráficas: Tensión de salida. Comparación de las señales de referencia con la portadora. Análisis espectral de la tensión de salida. Listado del programa.
- d) Simular el circuito para diez pulsos por semiperíodo y compárese el análisis espectral de la tensión de salida con el de cinco pulsos por semiperíodo.

Solución:

- a) El circuito de control es el siguiente:



Los valores tomados son:

- $R_1 = R_2 = 1 \text{ K}\Omega$
- $R_{IN} = R_{r1} = R_{r2} = R_c = 2 \text{ M}\Omega$
- $R_F = 100 \text{ K}\Omega$
- $R_0 = 75 \Omega$
- $C_0 = 10 \text{ pF}$
- $E_1 = 2 \cdot 10^5$

Para obtener la modulación pedida, se compara las señales de referencia senoidales ( $V_{r1}$  y  $V_{r2}$ ) de frecuencia  $f_r = 60$  Hz con una señal portadora ( $V_c$ ) de frecuencia  $f_c$  diez veces mayor para obtener cinco pulsos por semiperíodo.

Para que el índice de modulación sea  $M = 0.9$  se fija la amplitud de la señal portadora (triangular) a 50 voltios, por lo que la amplitud de la de referencia ha de ser:

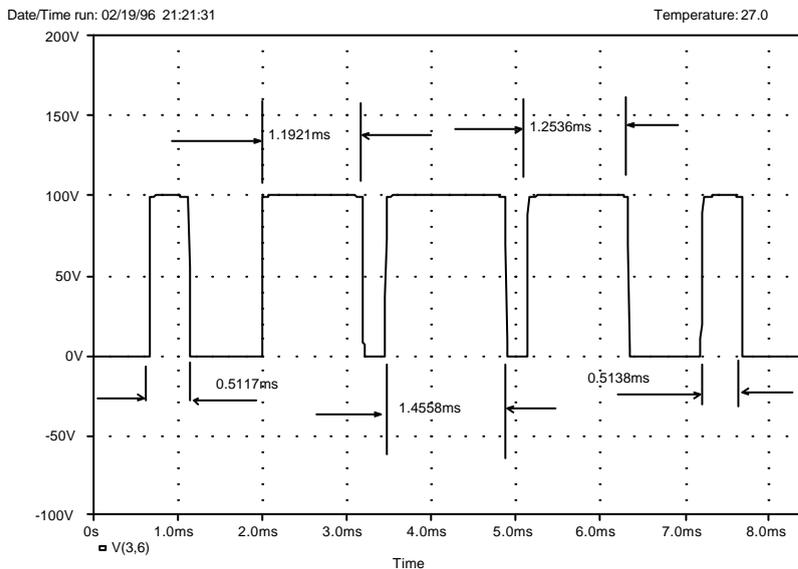
$$A_r = M \times A_c = 0.9 \times 50 = 45 \text{ V}$$

b) La tensión eficaz de salida viene dada por la ecuación:

$$V_{o(RMS)} = V_s \sqrt{\sum_{p=1}^p \frac{d_m}{P}}$$

Analizando con Pspice un semiciclo de la tensión de salida, podemos obtener la duración de cada uno de los pulsos.

Seguidamente mostramos una figura en la que se han anotado las anchuras de cada uno de los pulsos. Estos datos se obtienen utilizando las herramientas que proporciona el programa.



**Fig. 7. 47**  
Anchuras de los pulsos del primer semiperíodo.

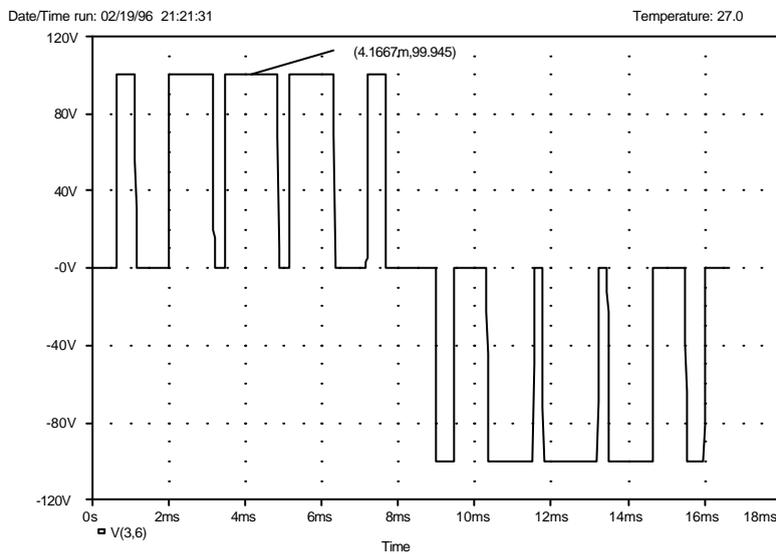
En la siguiente tabla recogemos todos estos datos junto con los tiempos de inicio y fin de cada uno de los pulsos. Las anchuras  $\delta_m$  se expresan tanto en tiempo como en grados.

$\delta_m$	Tiempo inicial	Tiempo final	Duración(mseg.)	Duración (grados)
$\delta_1$	0.6428 mseg.	1.1545 mseg.	0.5117 mseg.	<b>11.06°</b>
$\delta_2$	1.9985 mseg.	3.1906 mseg.	1.1921 mseg.	<b>25.76°</b>
$\delta_3$	3.4389 mseg.	4.8947 mseg.	1.4558 mseg.	<b>31.46°</b>
$\delta_4$	5.1118 mseg.	6.3654 mseg.	1.2536 mseg.	<b>27.09°</b>
$\delta_5$	7.1785 mseg.	7.6923 mseg.	0.5138 mseg.	<b>11.10°</b>

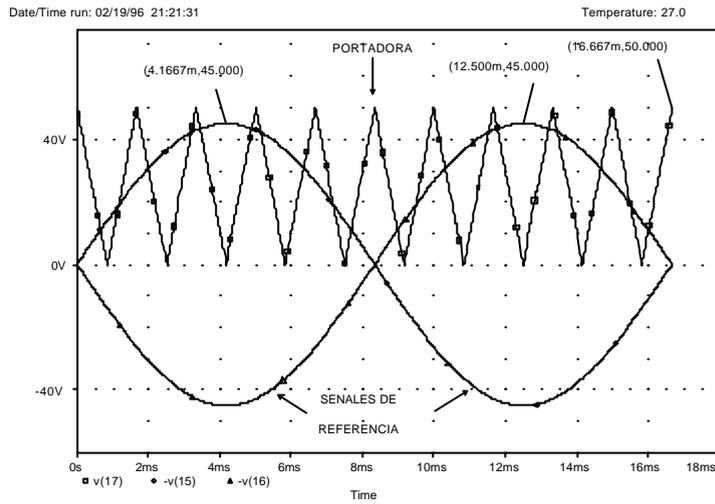
Utilizando estos valores para el cálculo de la tensión eficaz de salida, tendremos:

$$V_{o(RMS)} = \frac{100}{\sqrt{180^\circ}} \times \sqrt{11.06^\circ + 25.76^\circ + 31.46^\circ + 27.09^\circ + 11.10^\circ} = 76.91V$$

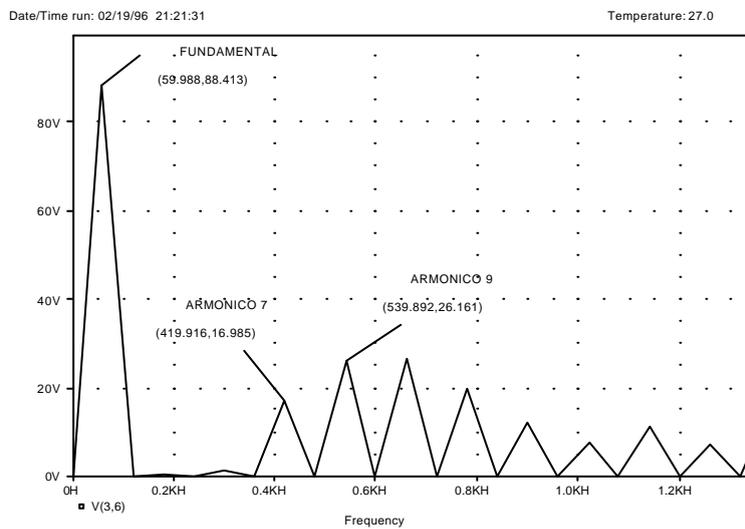
c) Las gráficas pedidas son:



**Fig.7. 48**  
Tensión de salida



**Fig.7. 49**  
Comparación de las señales de referencia con la portadora.



**Fig.7. 50**  
Análisis espectral de la tensión de salida.

En la figura 7.50 observaremos que los armónicos de menor orden (3, 5 y 7), son atenuados, pero en cambio, los de orden algo mayor (9,11...) son amplificados.

**(T7E12.CIR) SIMULACION DEL EJEMPLO 7.12****\* MODULACION SENOIDAL CON CINCO PULSOS POR SEMIPERODO**

\* Transistores del puente inversor:

Q1 2 7 3 QMOD

Q2 6 9 0 QMOD

Q3 2 11 6 QMOD

Q4 3 13 0 QMOD

.MODEL QMOD NPN(IS=6.734F BF=416.4 CJC=3.638P CJE=4.493P)

\* Resistencias de base:

RG1 8 7 100

RG2 10 9 100

RG3 12 11 100

RG4 14 13 100

\* Diodos en antiparalelo:

D1 3 2 DMOD

D2 0 6 DMOD

D3 6 2 DMOD

D4 0 3 DMOD

.MODEL DMOD D(IS=2.2E-15 BV=1800V TT=0)

\* Fuentes c.c. del circuito:

VX 3 4 0

VY 1 2 0

VS 1 0 100V

\* Carga:

R 4 6 2.5

\* Generacion de senales portadora y de referencia:

VC 17 0 PULSE(50 0 0 833.33U 833.33U 1N 1666.67U)

RC 17 0 2MEG

VR1 15 0 SIN(0 -45 60 0 0 0)

RR1 15 0 2MEG

VR2 16 0 SIN(0 45 60 0 0 0)

RR2 16 0 2MEG

\* Subcircuitos excitadores de los transistores

XPW1 17 15 8 3 PWM

XPW2 17 15 10 0 PWM

XPW3 17 16 12 6 PWM

XPW4 17 16 14 0 PWM

\* Subcircuito amplificador y comparador:

.SUBCKT PWM 1 2 3 4

R1 1 5 1K

R2 2 5 1K

RIN 5 0 2MEG

RF 5 3 100K

RO 6 3 75

CO 3 4 10P

E1 6 4 0 5 2E+5

.ENDS PWM

\* Parametros para el analisis:

.TRAN 10US 16.67MS 0 10US

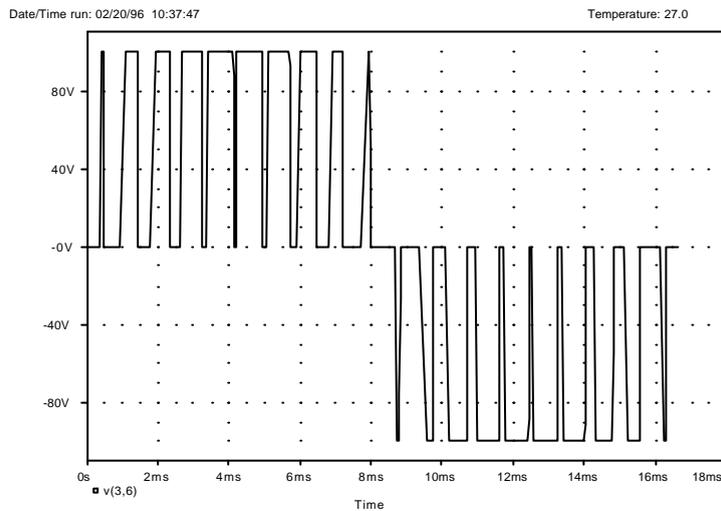
.PROBE

.OPTIONS ABSTOL=1.00N RELTOL=0.01 VNTOL=0.1 ITL5=20000

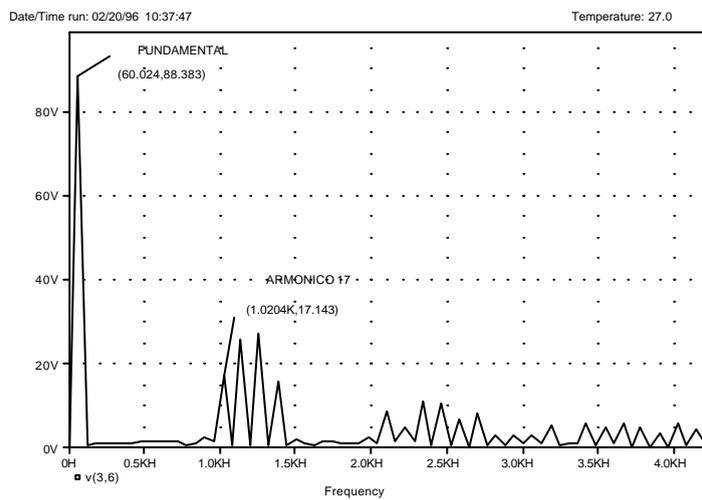
.FOUR 60HZ V(3,6)

.END

- d) Para obtener diez pulsos por semiperíodo, la frecuencia de la señal triangular ha de ser veinte veces mayor que la de referencia, es decir,  $f_c = 1200$  Hz, siendo  $f_r = 60$  Hz.



**Fig.7. 51**  
Tensión de salida para diez pulsos.



**Fig.7. 52**  
Análisis espectral de la tensión de salida para diez pulsos.

Para que el mismo circuito module la tensión de salida con diez pulsos por semiperíodo, basta con cambiar en el listado las frecuencias de las señales de referen-

cia y portadora. En general, basta con sustituir el apartado "**\* Generación de señales de referencia y portadora**" del listado ofrecido anteriormente por el que mostramos a continuación:

---

```
* Comparacion de senales de referencia y portadora:
VC 17 0 PULSE(50 0 0 416.75U 416.75U 1N 833.5U)
RC 17 0 2MEG
VR1 15 0 SIN(0 -45 60 0 0 0)
RR1 15 0 2MEG
VR2 16 0 SIN(0 45 60 0 0 0)
RR2 16 0 2MEG
```

---

Como conclusión al comparar las dos simulaciones podemos decir que al aumentar el número de pulsos por semiciclo se reduce el contenido de armónicos significativamente, tal y como se aprecia en las gráficas de los análisis espectrales. Esto se debe a que este tipo de modulación elimina los armónicos de orden menor o igual a  $2p-1$ .

La tensión eficaz de salida para la simulación de cinco pulsos por semiperíodo que Pspice proporciona es  $V_{o(RMS)} = 76.459$  V. Esto lo podemos comprobar simulando el ejemplo para varios ciclos.

Nota: Si se desea, se puede utilizar para la simulación con diez pulsos por semiperíodo el archivo (T7E12A.CIR) contenido en el disquete adjunto.

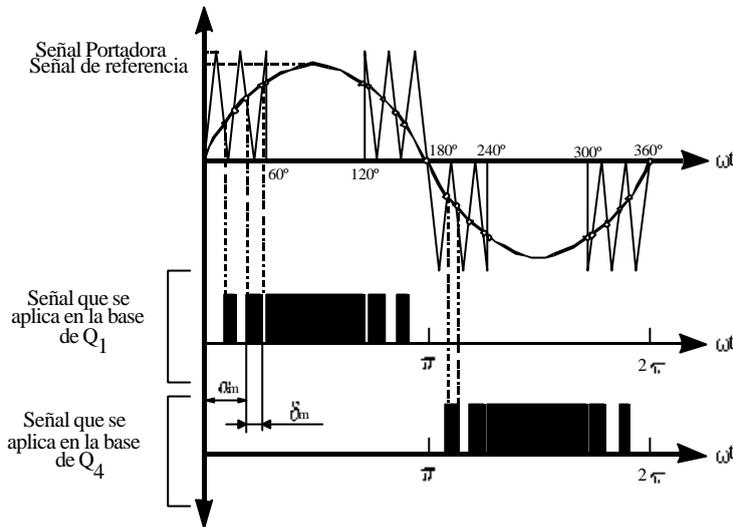
---

### **Modulación senoidal modificada.**

Del apartado anterior se puede deducir que variando el índice de modulación la anchura de los pulsos no varían significativamente. Para solventar este problema se utiliza la técnica de modulación en anchura de pulsos senoidal modificada (MSPWM).

Esta técnica aplica la onda portadora durante los primeros y últimos  $60^\circ$  de cada semiciclo.

En la figura 7.53 se esquematiza este tipo de control con un ejemplo en el que la señal portadora (triangular) se aplica a los intervalos ( $0^\circ$ ,  $60^\circ$ ) y ( $120^\circ$ ,  $180^\circ$ ), obteniendo un pulso central de mayor anchura.



**Fig. 7. 53**  
Modulación senoidal modificada en anchura de pulsos.

Este tipo de modulación aumenta la componente fundamental y las características armónicas son mejoradas con respecto a la técnica anterior. También reduce el número de conmutaciones del circuito de potencia y por tanto, las pérdidas por disparo son menores.

Para los inversores trifásicos el número de pulsos durante los períodos de  $60^\circ$  inicial y final, viene dado por la proporción:

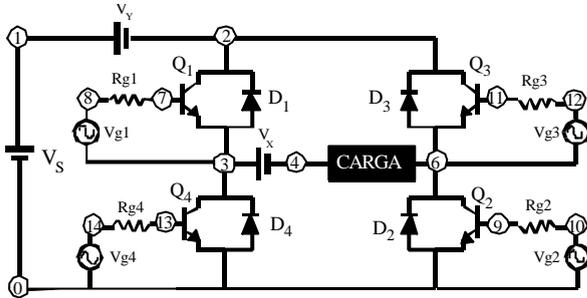
$$\frac{f_c}{f} = 6 \times p + 3 \quad \text{E 7. 37}$$

donde “p” es el número de pulsos.

### Cuestión didáctica 7.2



**Analizar el circuito de la figura con Pspice. Se desea que la tensión de salida presente una modulación senoidal modificada y que la frecuencia de salida sea  $f = 55 \text{ Hz}$ .**



Los datos son los siguientes:

$$R = 2.5 \text{ W}$$

$$R_{g1} = \dots = R_{g4} = 100 \text{ W}$$

$$V_S = 100 \text{ V.}$$

$$V_X = V_Y = 0 \text{ V.}$$

$$M = 0.9$$

a) Obtener las siguientes gráficas: Tensión en la carga. Comparación de las señales de referencia con la portadora. Análisis espectral de la tensión de salida (Fichero T7C2.CIR).

b) Obtener el listado del programa.

### Modulación con alternancias positivas y negativas en cada semiperíodo.

Las técnicas de modulación vistas hasta ahora tienen el inconveniente de que hay que aumentar enormemente el número de conmutaciones en cada ciclo y por otra parte en ciertos intervalos de tiempo la tensión en la carga es nula. Estos inconvenientes se evitan haciendo que en cada semiperíodo el impulso de salida se invierta y la tensión se haga negativa según nos indica la figura 7.54.

Evidentemente el valor medio de cada semiperíodo dependerá del valor  $\delta_m$ .

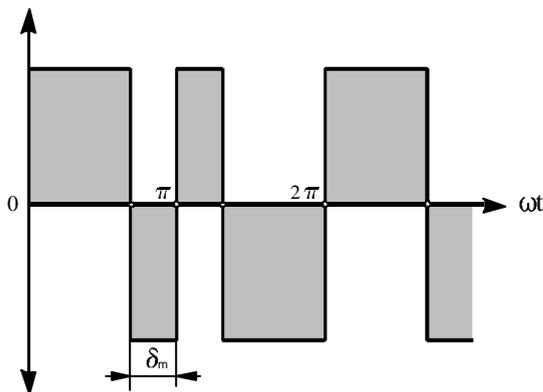


Fig.7. 54 Modulación con alternancias positivas y negativas en cada semiciclo.

Con este tipo de modulación también se pueden reducir los primeros armónicos. Para ello si observamos la figura 7.55 podremos desarrollar la tensión instantánea de salida en series de Fourier como:

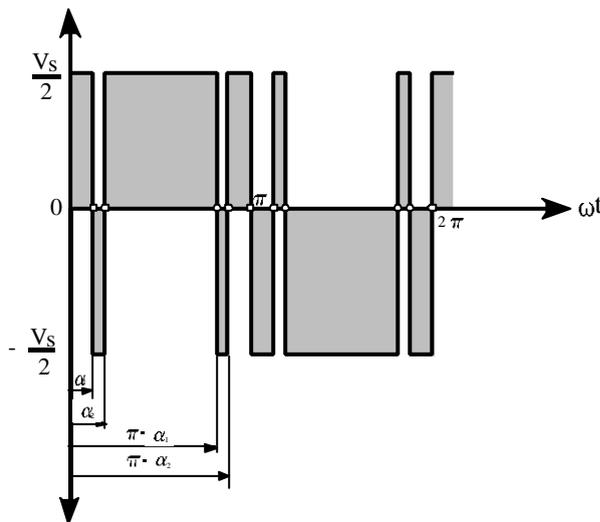
$$v_o(t) = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} a_n \text{sen}(n\omega t) \tag{E 7. 38}$$

siendo:

$$\begin{aligned} a_n = & \frac{4}{p} \times V_s \int_0^{a_1} \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) - \frac{4}{p} \times V_s \int_{a_1}^{a_2} \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) + \\ & + \frac{4}{p} \times V_s \int_{a_2}^{p-a_2} \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) - \frac{4}{p} \times V_s \int_{p-a_2}^{p-a_1} \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) + \\ & + \frac{4}{p} \times V_s \int_{p-a_1}^p \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) = \frac{4}{2 \times p} \times V_s \frac{1 - 2 \cos(na_1) + 2 \cos(na_2)}{n} \end{aligned}$$

Si se quieren eliminar el tercer y el quinto armónico bastará con hacer cero la ecuación anterior para  $n = 3$  y  $n = 5$ . Lo cual se logra sí:

$$\alpha_1 = 23.62^\circ \qquad \alpha_2 = 33.3^\circ$$



Si en vez de escoger una onda de dos alternancias (negativa en el primer semiciclo y positiva en el segundo), se escoge con  $2n$  alternancias podremos eliminar los  $2n$  primeros armónicos.

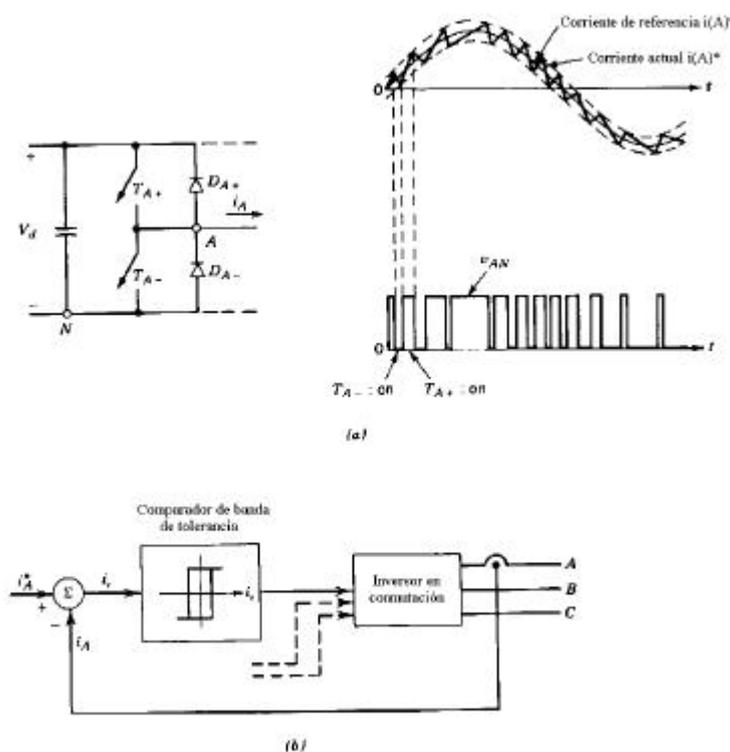
Fig.7. 55

**Modulación en modo de control de corriente (Por banda de histéresis).**

En aplicaciones como conducción de servomotores DC y AC, es la corriente del motor (suministrada por el convertidor o inversor en conmutación) la que necesita ser controlada, aunque siempre se emplea un inversor en fuente de tensión (VSI).

Mediante el control de banda de tolerancia se obtienen las señales conmutadas de los interruptores para controlar la corriente de salida.

En la figura 7.56 se puede observar una corriente de referencia senoidal  $i_A^*$ , donde la corriente de fase actual es comparada con la banda de tolerancia alrededor de la corriente de referencia asociada con esa fase. Si la corriente actual en la figura 7.56a intenta ir más allá de la banda de tolerancia superior,  $T_{A-}$  conduce ( $T_{A+}$  está en corte).



**Fig.7. 56**  
Control de la corriente por banda de tolerancia.

La conmutación opuesta sucede si la corriente actual intenta ir por debajo de la banda de tolerancia inferior. Acciones similares tienen lugar en otras 2 fases. Este control es mostrado en forma de diagrama de bloques en la figura 7.56b.

La frecuencia de conmutación depende de cómo de rápida cambia la corriente desde el límite superior al límite inferior y viceversa.

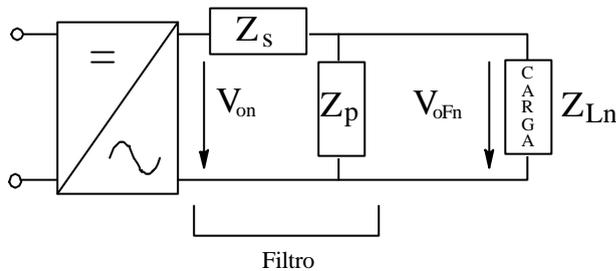
Esto, por turnos, depende de  $V_d$ , la carga back-emf y la carga reactiva. Por otra parte, la frecuencia de conmutación no se mantiene constante, pero varía a lo largo de la forma de onda de la corriente.

## 7.4 Filtrado

### 7.4.1 FILTRADO DE LA TENSIÓN DE SALIDA.

Cuando se requiere reducir la distorsión armónica de la tensión de salida de un inversor de frecuencia fija o poco variable, se dispone un filtro a la salida que permite el paso de la onda fundamental y se lo impide a los armónicos.

Casi todos los filtros empleados para este propósito tienen configuración en L y en la figura 7.57 se presenta el esquema generalizado.



**Fig.7. 57**  
Esquema de conexión de un filtro.

La rama serie debe tener una baja impedancia a la frecuencia del fundamental para que no haya pérdidas de tensión y una alta impedancia a la frecuencia de los armónicos que se quieren eliminar. La rama paralelo debe comportarse de forma opuesta para no cargar al inversor con una intensidad de frecuencia igual a la del fundamental y para cortocircuitarse a la frecuencia de los demás armónicos.

Se llama **atenuación** del filtro para una determinada frecuencia, a la relación entre la tensión de salida y la de entrada a dicha frecuencia. Llamando  $Z_{sn}$  y  $Z_{pn}$  a la impedancia de las ramas serie y paralelo. Para el armónico de orden “n” y para funcionamiento en vacío se tiene:

$$\text{atenuación} = \frac{V_{ofn}}{V_{on}} = \frac{Z_{pn}}{Z_{sn} + Z_{pn}} \quad \text{E 7. 39}$$

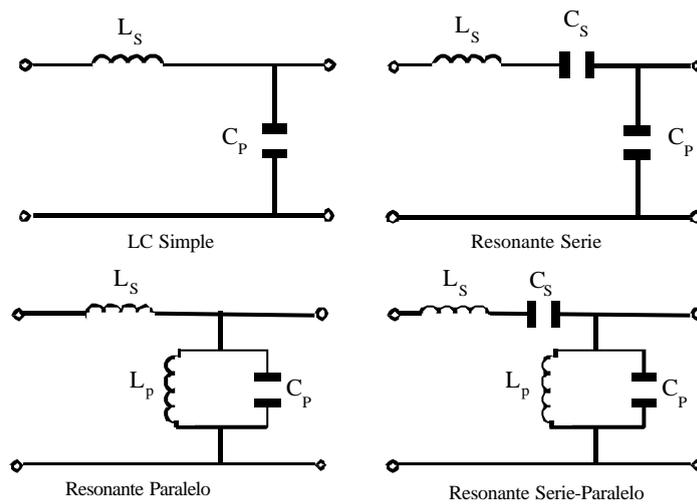
$Z_{sn}$  y  $Z_{pn}$  dependen de la frecuencia considerada y por tanto, al igual que la atenuación, suele ser mayor para frecuencias más elevadas debido al comportamiento inductivo de  $Z_{sn}$  y capacitivo de  $Z_{pn}$ .

En caso de tener una cierta carga de impedancia  $Z_{Ln}$ , la atenuación mejora porque la impedancia paralelo  $Z'_{pn}$  a considerar sería el equivalente de  $Z_{pn}$  y  $Z_{Ln}$ :

$$Z'_{pn} = \frac{Z_{pn} \times Z_{Ln}}{Z_{pn} + Z_{Ln}}$$

siempre menor que  $Z_{pn}$ .

En la figura 7.58 se presentan algunos de los filtros en L más utilizados. Los que tienen en la rama serie una sola bobina tienen el inconveniente de que se pierde en ella tensión de la frecuencia fundamental. Los que tienen en la rama paralelo un condensador sólo tienen el inconveniente de que se deriva por él una parte de la intensidad de la frecuencia fundamental.



**Fig.7. 58**  
Diversos tipos de filtros en "L".

Ambos inconvenientes se pueden eliminar en los inversores de frecuencia fija utilizando ramas resonantes sincronizadas con la frecuencia fundamental de forma que a dicha frecuencia:

$$\omega_1 \times L_S = \frac{1}{\omega_1 \times C_S}$$

$$\omega_1 \times L_P = \frac{1}{\omega_1 \times C_P}$$

E 7. 40

con lo que:

$$Z_{s1} = j\omega_1 L_s - j \frac{1}{\omega_1 C_s} = 0$$

E 7. 41

$$Z_{p1} = \frac{(j\omega_1 L_p) \left( -j \frac{1}{\omega_1 C_p} \right)}{(j\omega_1 L_p) + \left( -j \frac{1}{\omega_1 C_p} \right)} = \infty$$

y por tanto, la caída de tensión en la rama serie es nula y el consumo de intensidad en la paralela también lo es.

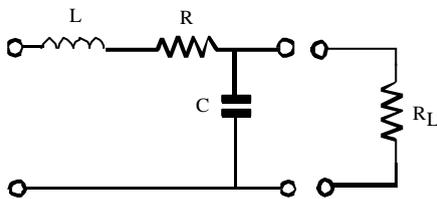
La atenuación de un filtro de este tipo para un armónico de orden “n” puede deducirse sustituyendo en la ecuación 7.39 las expresiones de  $Z_{sn}$  y  $Z_{pn}$  para la frecuencia  $n\omega_1$  y resulta:

$$\frac{V_{ofn}}{V_{on}} = \frac{1}{1 - \left( n - \frac{1}{n} \right)^2 \frac{C_p}{C_s}}$$

E 7. 42

### 7.4.2 DISEÑO DE UN FILTRO DE TENSIÓN.

Para diseñar un filtro de tensión a la salida de un inversor y para el caso genérico de que  $R_L$  sea mucho mayor que R hacemos las siguientes consideraciones:



- La ganancia  $G \approx 1$ .
- La pulsación de esquina  $\omega_h$  toma el valor:

$$\omega_n \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- Para el factor de amortiguamiento  $\epsilon$  tomamos:

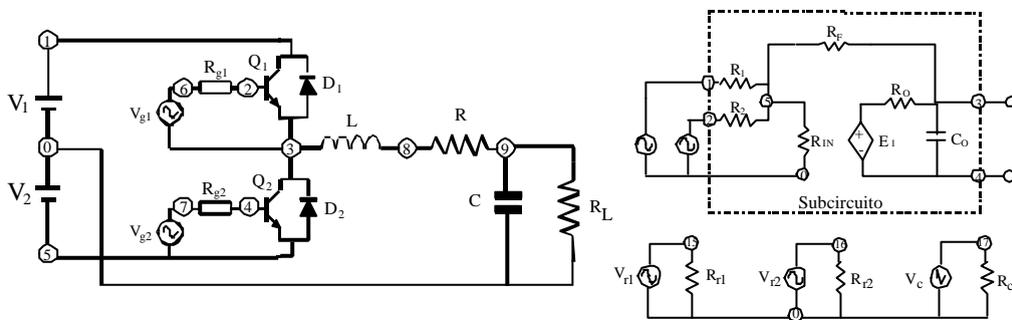
$$\epsilon \approx \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

- La definición de estos parámetros también puede hacerse teniendo en cuenta lo siguiente:
  - a)  $R_L/R$  suele ser mayor que diez.
  - b)  $R$  suele tener un valor pequeño, el suficiente para que  $0.4 < \varepsilon < 0.7$ .
  - c) Cuando  $R_L$  disminuye ocurre que:
    - $G$  disminuye (se atenúa el armónico principal).
    - $\omega_h$  aumenta (disminuye la atenuación de los armónicos de alta frecuencia no deseados).
    - $\varepsilon$  aumenta (el sistema se hace más amortiguado, más estable, pero atenúa la magnitud del armónico principal).
    - La frecuencia de esquina viene determinada por  $\omega_h = 1/T$ ,  $f = \omega_h/2\pi$ .

### Ejemplo 7.13



Simular con Pspice el circuito inversor de batería de toma media de la figura al que se le aplica un circuito de control que produce una modulación en anchura de un pulso por semiperíodo.



Datos para la simulación:

Índice de modulación  $M = 0.6$

$A_C = 50 \text{ V}$ .

$R_L = 100 \text{ W}$

$R_{g1} = R_{g2} = 100 \text{ W}$

$f = 60 \text{ Hz}$ .

$R = 0.4 \text{ W}$

$L = 0.1 \text{ H}$ .

$C = 10 \text{ mF}$ .

$V_2 = 100 \text{ V}$ .

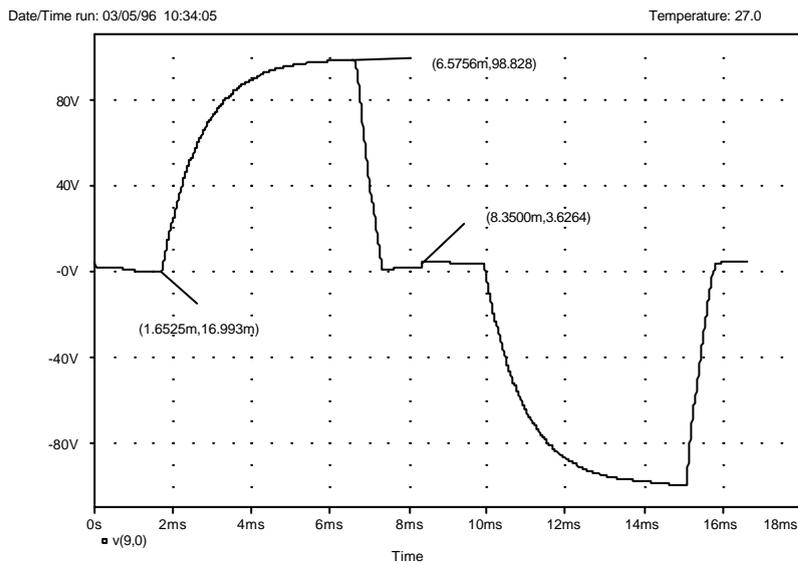
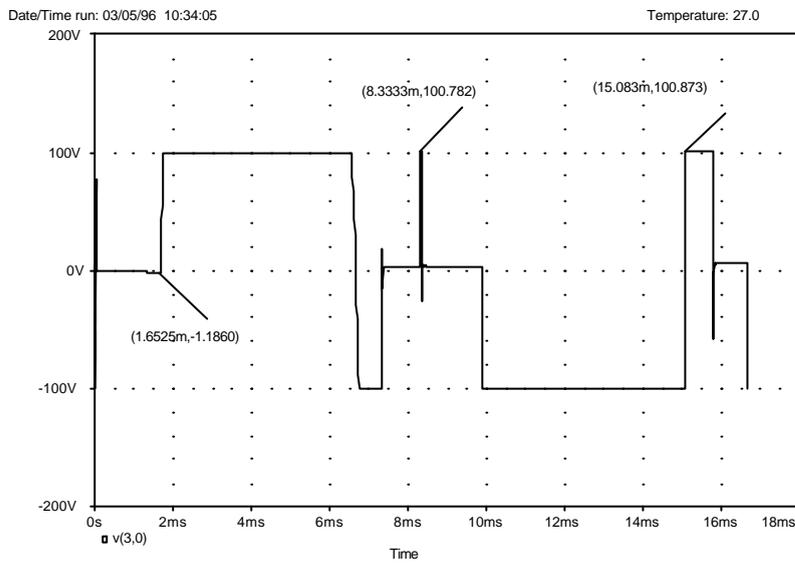
$V_1 = 100 \text{ V}$ .

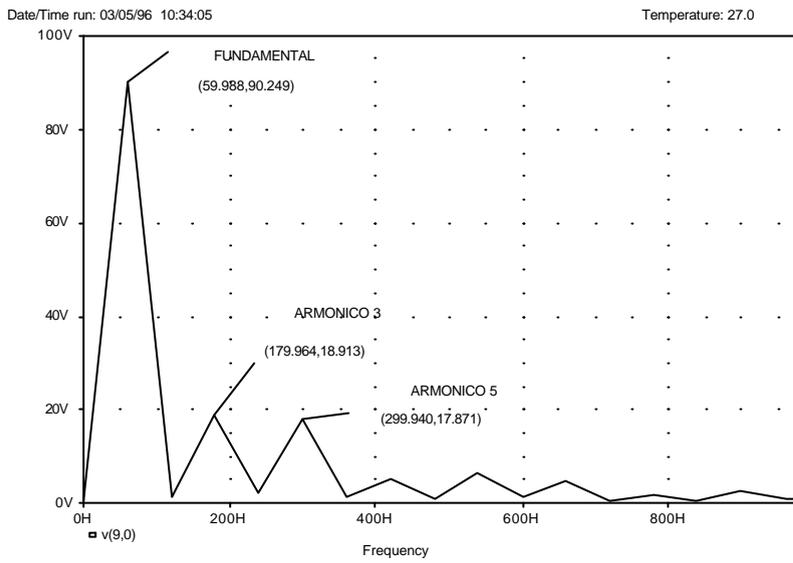
Los valores para el circuito de control son los mismos que para ejemplos anteriores.

- a) Obtener las siguientes gráficas: Tensión antes del filtro. Tensión de salida después del filtro y análisis espectral de esta tensión. Intensidad por  $D_1$ .
- b) Listado de la simulación.

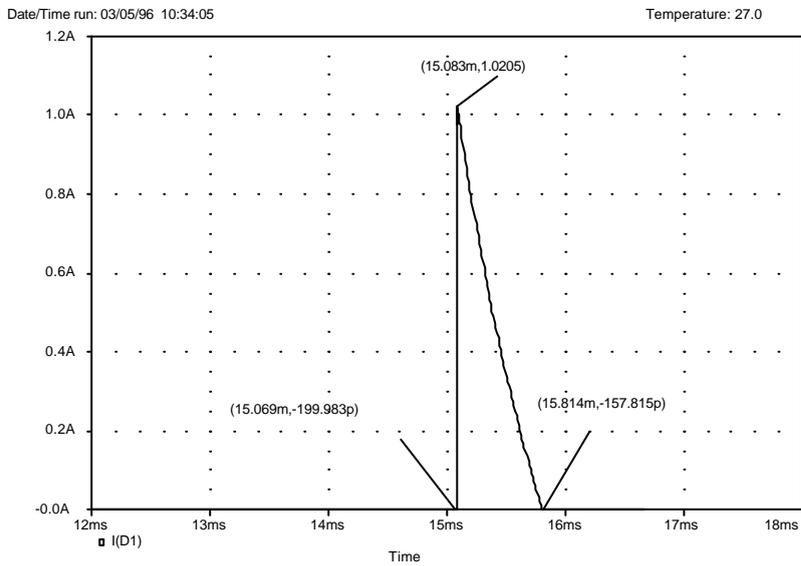
Solución:

- a) Las gráficas son:





**Fig.7. 61**  
Análisis espectral de la tensión de salida filtrada.



**Fig.7. 62**  
Intensidad en D<sub>1</sub>

El tipo de filtro empleado es un filtro de tensión RLC en donde la carga se ha situado en paralelo con el condensador C, la bobina se ha colocado en serie para que limite la velocidad de subida de la intensidad a la salida del inversor ante una situación de cortocircuito a la salida (esto se aprecia comparando las figuras 7.59 y 7.60).

Se ha empleado un filtro de tensión porque a pesar de que en los filtros de corriente la eficacia en la eliminación de armónicos mejora sustancialmente aumentando el valor de la bobina en serie, en éstos, los de tensión, la eliminación de armónicos será más eficaz si se conecta en la rama paralelo y directamente a la salida un elemento capacitivo, como se aprecia en la figura 7.61.

En la figura 7.62 se puede observar que el período de conducción de los diodos es aproximadamente una octava parte de cada semiperíodo, esto es debido al bajo desfase entre la tensión y la intensidad al emplearse un valor de impedancia capacitiva muy próxima a la inductiva para reducir las pérdidas de tensión en la bobina y de intensidad en el condensador.

b) El listado:

### **(T7E13.CIR) SIMULACION DEL EJEMPLO 7.13**

#### **\* INVERSOR DE BATERIA DE TOMA MEDIA CON MODULACION DE UN PULSO POR SEMIPERIODO Y FILTRO DE TENSION A LA SALIDA.**

\* Definición de los transistores del puente inversor:

Q1 1 2 3 QMOD

Q2 3 4 5 QMOD

.MODEL QMOD NPN(IS=6.734F BF=416.4 CJC=3.638P CJE=4.493P)

\* Diodos en antiparalelo:

D1 3 1 DMOD

D2 5 3 DMOD

.MODEL DMOD D(IS=2.2E-15 BV=1800V TT=0)

\* Resistencias de base:

RG1 2 6 100

RG2 4 7 100

\* Bateria de toma media:

V1 1 0 100V

V2 0 5 100V

\* Filtro:

L 3 8 0.1H

R 8 9 0.4

C 9 0 0.01F

\* Carga:

RL 9 0 100

\* Subcircuitos excitadores de los transistores:

XPWM1 17 15 6 3 PWM

XPWM2 17 16 7 5 PWM

\* Generacion de las senales portadora y de referencia:

VC 17 0 PULSE(50 0 0 4166.6666U 4166.6666U 1N 8333.3333U)

```
RC 17 0 2MEG
VR1 15 0 PULSE(0 -30 0 1N 1N 8333.3333U 16666.6666U)
RR1 15 0 2MEG
VR2 16 0 PULSE(0 -30 8333.3333UM 1N 1N 8333.3333U 16666.6666U)
RR2 16 0 2MEG
* Subcircuito comparador y amplificador:
.SUBCKT PWM 1 2 3 4
R1 1 5 1K
R2 2 5 1K
RIN 5 0 2MEG
RF 5 3 100K
RO 6 3 75
CO 3 4 10P
E1 6 4 0 5 2E+5
.ENDS PWM
* Parametros para el analisis:
.PROBE
.FOUR 60HZ V(9,0)
.TRAN 10U 16.67M 0 10U
.ac lin 101 10 1.000k ;*ipsp*
.END
```

Para la obtención de un pulso por semiperíodo, utilizamos una señal de referencia cuadrada que corta a una triangular de la misma frecuencia, posteriormente amplificamos dicha diferencia y la aplicamos a los transistores del puente. Esto se puede apreciar en el listado anterior en los apartados “Generación de las señales portadora y de referencia” y “Subcircuito comparador y amplificador” respectivamente.

El filtro utilizado se define en el apartado “Filtro” del listado en el que se puede apreciar que se trata de un filtro de tensión serie conectado entre los nudos (3) y (0) en el que la carga se conecta en paralelo con el condensador tal y como se muestra en el gráfico del enunciado.

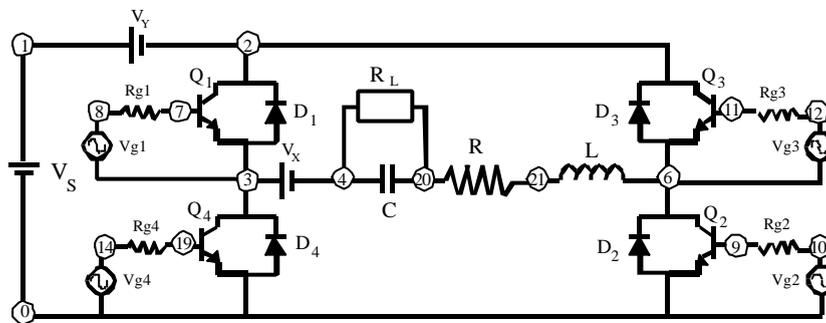
---

**Ejemplo 7.14**



Dado el circuito inversor de la figura, se pide diseñar y calcular el filtro de tensión que presenta entre los nudos (4) y (6). Los valores de los componentes tomados para el puente inversor son los mismos que para el ejemplo 7.12.

Se debe controlar la tensión de salida con un circuito comparador como el del ejemplo 7.13 que proporcione una modulación senoidal con cinco pulsos por semiperíodo y un índice de modulación  $M = 0.9$ . Los valores de los componentes del circuito comparador se tomarán del ejemplo 7.12.



Como especificaciones tenemos que:  $f = 600 \text{ Hz}$ . y  $R_L = 100$

Asimismo obtener las gráficas: Tensión antes del filtro. Tensión después del filtro. Análisis espectral de la tensión de salida. Listado para la simulación.

Solución:

Para diseñar el filtro de tensión utilizaremos el método expuesto en teoría. Suponiendo un valor  $\omega_n = 4200^\circ$ , asignando un valor a  $R = 0.4 \Omega$  ( $R$  debe ser mucho menor que  $R_L$ ) y tomando  $\epsilon = 0.6$  (donde  $0.4 < \epsilon < 0.7$ ) tenemos que:

$$e = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} = 0.6 \Rightarrow 1.2 = R \sqrt{\frac{C}{L}} \Rightarrow \left(\frac{1.2}{0.4}\right)^2 = \frac{C}{L} \Rightarrow C = 9L$$

$$w_n = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow LC = \frac{1}{w_n^2} \Rightarrow C = \frac{1}{Lw_n^2}$$

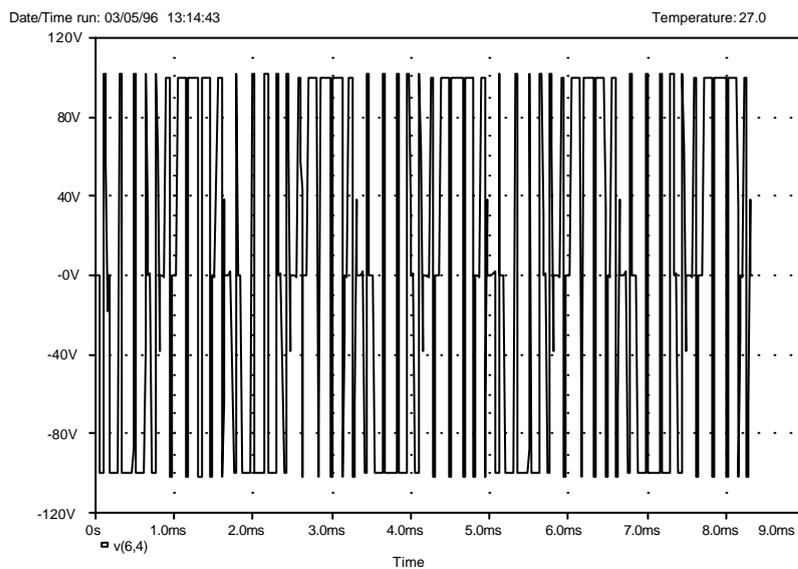
igualando ambas ecuaciones:

$$9L = \frac{1}{L\omega_n^2} \Rightarrow L^2 = \frac{1}{9\omega_n^2} \Rightarrow L = \sqrt{\frac{1}{9\omega_n^2}}$$

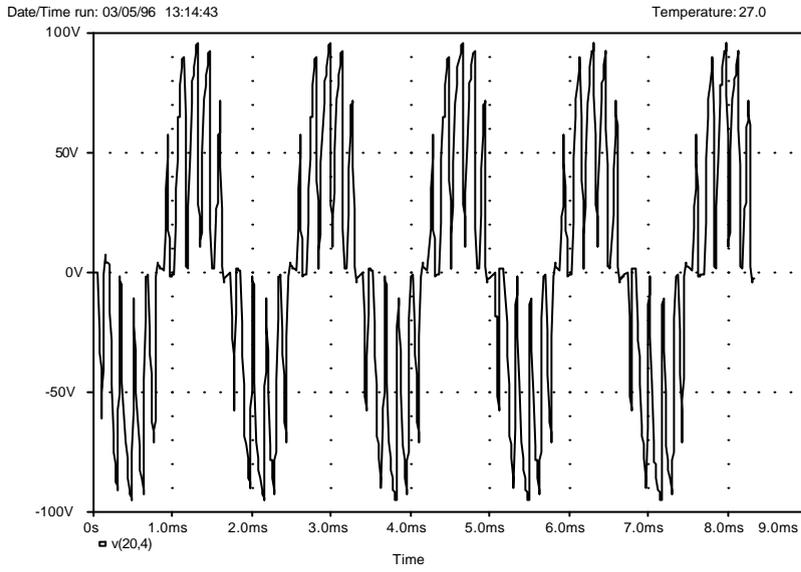
y como  $\omega_n = 4200^\circ = 73.30 \text{ rad/seg}$ . Tenemos finalmente que:

$$L = 4.54 \text{ mH} \quad C = 40.92 \text{ }\mu\text{F} \quad R = 0.4 \text{ }\Omega$$

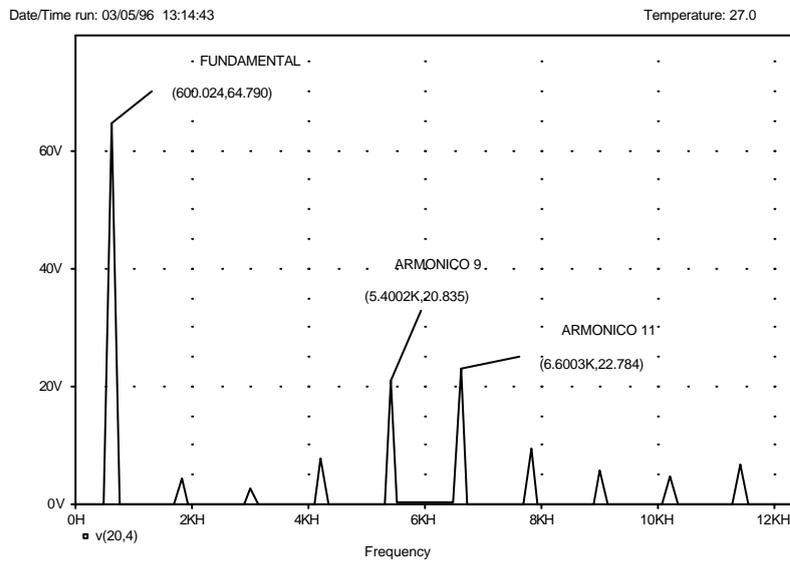
Las gráficas más significativas se muestran a continuación:



**Fig.7. 63**  
Tensión de salida  
sin filtro.



**Fig.7. 64**  
Tensión de salida después del filtro.



**Fig.7. 65**  
Análisis espectral de la tensión de salida filtrada.

Comparando las figuras 7.63 y 7.64 podemos ver el efecto que produce el filtro en la reducción de picos de tensión. La supresión de los armónicos nº3 y nº5 que se puede apreciar en la figura 7.65 es un efecto producido por la modulación senoidal. La atenuación que produce el filtro sobre el resto de los armónicos será comprobable con la simulación del ejemplo sin filtro y comprobando que dichos armónicos (superiores al quinto) tienen una amplitud ligeramente mayor.

Para eliminar el filtro basta con introducir un asterisco "\*" al principio de cada línea que deseemos eliminar.

El listado para la simulación:

```
(T7E14.CIR) SIMULACION DEL EJEMPLO 7.14
*INVERSOR MONOFASICO CON MODULACION SENOIDAL DE 5
*PULSOS POR SEMIPERIODO Y FILTRO DE TENSION A LA SALIDA
* Transistores del puente inversor:
Q1 2 7 3 QMOD
Q2 6 9 0 QMOD
Q3 2 11 6 QMOD
Q4 3 13 0 QMOD
.MODEL QMOD NPN(IS=6.734F BF=416.4 CJC=3.638P CJE=4.493P)
* Resistencias de base de los transistores:
RG1 8 7 100
RG2 10 9 100
RG3 12 11 100
RG4 14 13 100
* Diodos en antiparalelo:
D1 3 2 DMOD
D2 0 6 DMOD
D3 6 2 DMOD
D4 0 3 DMOD
.MODEL DMOD D(IS=2.2E-15 BV=1800V TT=0)
* Fuentes C.C. del circuito:
VX 3 4 0
VY 1 2 0
* Bateria C.C.:
VS 1 0 100V
* Filtro de tension:
L 6 20 0.004547H
R 20 21 0.4
C 21 4 0.04092F
* Carga:
RL 21 4 100
* Generacion de las senales de referencia y portadora:
VC 17 0 PULSE(50 0 0 83.33333U 83.33333U 1N 166.666667U)
RC 17 0 2MEG
VR1 15 0 SIN(0 -45 600 0 0 0)
RR1 15 0 2MEG
```

```

VR2 16 0 SIN(0 45 600 0 0 0)
RR2 16 0 2MEG
* Subcircuitos excitadores de los transistores:
XPW1 17 15 8 3 PWM
XPW2 17 15 10 0 PWM
XPW3 17 16 12 6 PWM
XPW4 17 16 14 0 PWM
* Subcircuito comparador y amplificador:
.SUBCKT PWM 1 2 3 4
R1 1 5 1K
R2 2 5 1K
RIN 5 0 2MEG
RF 5 3 100K
RO 6 3 75
CO 3 4 10P
E1 6 4 0 5 2E+5
.ENDS PWM
* Parametros para el analisis:
.TRAN 100US 8.333MS 0 100US
.PROBE
.OPTIONS ABSTOL=1.00N RELTOL=0.01 VNTOL=0.1
.FOUR 600HZ V(3,6)
.END

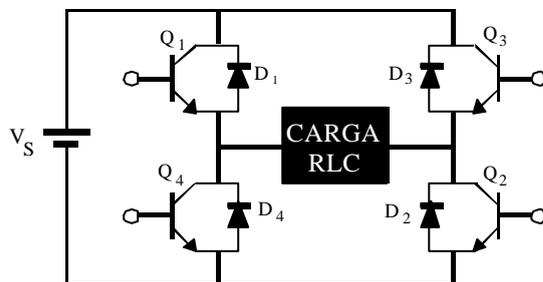
```

*Nota: Recordamos que si se desea eliminar algún componente para la simulación habrá que reajustar el valor de los nudos en el listado.*

### Ejemplo 7.15



El inversor en puente monofásico de la figura tiene una carga RLC tal que:



$R = 10 \text{ W}$ ,  $L = 31.5 \text{ mH}$ ,  $C = 112 \text{ mF}$ ,  $V_S = 220 \text{ V}$  y  $f = 60 \text{ Hz}$ .

La tensión de salida tiene dos huecos o dientes por cuarto de ciclo para eliminar el tercer y el quinto armónico, se pide:

- a) La expresión de la intensidad instantánea  $i_o(t)$  en la carga.  
 b) Si se usa un filtro en C para eliminar el séptimo armónico y los de orden más alto que éste, determinar la capacidad del filtro  $C_c$ .

Solución:

Para calcular la impedancia que presenta la carga, previamente hay que calcular las reactancias que producen la bobina y el condensador:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 60 = 377 \text{ rad / seg.}$$

$$X_L = j 2\pi n f L = j 2\pi \times n \times 60 \times 31.5 \times 10^{-3} = j 11.87 n \Omega$$

$$X_C = \frac{-j}{2\pi \times n \times f \times C} = \frac{-j}{2\pi \times n \times 60 \times 112 \times 10^{-6}} = \frac{-j 23.68}{n} \Omega$$

la impedancia, por tanto, será:

$$|Z_n| = \sqrt{10^2 + \left(11.87 n - \frac{23.68}{n}\right)^2}$$

$$\mathbf{j}_n = \arctg \left( \frac{11.87 n - \frac{23.68}{n}}{10} \right) = \arctg \left( 1.187 n - \frac{2.368}{n} \right)$$

- a) La ecuación siguiente nos da los coeficientes de la serie de Fourier:

$$B_n = \frac{4}{\mathbf{p}} V_s \int_0^{a_1} \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) - \frac{4}{\mathbf{p}} V_s \int_{a_1}^{a_2} \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) + \\ + \frac{4}{\mathbf{p}} V_s \int_{a_2}^{\frac{\mathbf{p}}{2}} \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) = \frac{4}{\mathbf{p}} V_s \frac{1 - 2 \cos(n\mathbf{a}_1) + 2 \cos(n\mathbf{a}_2)}{n}$$

por tanto, tal y como se vio en la teoría, para  $\alpha_1 = 23.62^\circ$  y  $\alpha_2 = 33.3^\circ$  se eliminan el tercer y el quinto armónico. Sustituyendo éstos en la ecuación anterior, obtendremos los coeficientes de Fourier que se necesitan para el cálculo de la tensión instantánea de salida, que viene dada por:

$$v_o(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} B_n \text{sen}(n\omega t)$$

resultando:

$$v_o(t) = 235.1 \text{sen}(377t) + 69.4 \text{sen}(7 \times 377t) + 85.1 \text{sen}(9 \times 377t) + \dots$$

dividiendo esta tensión entre la impedancia de la carga obtendremos la intensidad instantánea en la carga:

$$i_o(t) = 15.19 \text{sen}(377t + 49.74^\circ) + 0.86 \text{sen}(7 \times 377t - 82.85^\circ) + \\ + 1.09 \text{sen}(9 \times 377t - 84.52^\circ) + \dots$$

- b) Los armónicos superiores al de orden siete se reducen significativamente si la impedancia del filtro es mucho menor que la de la carga, una proporción de 10:1 es normalmente la adecuada:

$$|Z_n| = 10 \times X_e$$

donde el valor de la impedancia del filtro es:

$$|X_e| = \frac{1}{377n C_e}$$

por tanto, el valor de la capacidad del filtro viene dado por:

$$|Z_n| = \sqrt{10^2 + \left(11.87n - \frac{23.68}{n}\right)^2} = \frac{10}{377 n C_e}$$

para el séptimo armónico,  $n = 7$  y despejando de la ecuación anterior tendremos que:

$$C_e = 47.3 \text{ nF}$$

**Ejemplo 7.16**

**Un inversor monofásico cuya frecuencia de funcionamiento es de 50 Hz, tiene a su salida un filtro resonante serie-paralelo y una carga resistiva de valor  $R = 120 \text{ W}$ . Calcular los componentes del filtro para obtener un factor de distorsión armónica menor al 5% en circuito abierto. La modulación se realiza mediante un pulso por semiperíodo.**

Solución:

El contenido de armónicos de un inversor modulado mediante un pulso por semiperíodo es proporcional a  $1/n$ . La ecuación 7.42 nos indicará el valor de los componentes:

$$\frac{V_{oFn}}{V_{on}} = \frac{1}{1 - \frac{C_p}{C_s} \left( n - \frac{1}{n} \right)^2}$$

Tomando una constante A del siguiente valor:

$$A = \frac{C_s}{C_p} = \frac{L_p}{L_s}$$

tenemos que la ecuación queda como:

$$\frac{V_{oFn}}{V_{on}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{A} \left( n - \frac{1}{n} \right)^2}$$

como el armónico de mayor orden es el tercero, tomaremos que la distorsión de éste debe contribuir en un 4% del total, por tanto:

$$\frac{4}{100} = \frac{1}{1 - \frac{1}{A} \left( 3 - \frac{1}{3} \right)^2} \quad \Rightarrow \quad A = 0.7619$$

y como  $\omega L_s$  debe ser mucho menor que la carga (aproximadamente el 30% de ésta) para que no se produzca cambios de tensión excesivos frente a variaciones en la carga, obtendremos:

$$2p \times 50 \times L_s = 0.3 \times 120 \quad \Rightarrow \quad L_s = \frac{120 \times 0.3}{2p \times 50} = 0.115 \text{ H}$$

y como:

$$A = \frac{C_s}{C_p} = \frac{L_p}{L_s}$$

el valor de la bobina en paralelo será:

$$L_p = A \times L_s = 0.7619 \times 0.115 = 0.087 \text{ H}$$

Los valores de los condensadores los obtenemos de la ecuación 7.40:

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_s \times C_s}} = \frac{1}{\sqrt{L_p \times C_p}}$$

por tanto:

$$C_s = \frac{1}{L_s \omega_1^2} = \frac{1}{0.115 (2p \times 50)^2} = 88.1 \text{ nF}$$

$$C_p = \frac{C_s}{A} = \frac{88.1}{0.7619} = 115.64 \text{ nF}$$

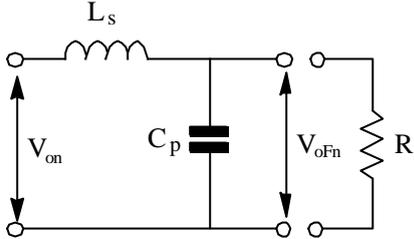
### Ejemplo 7.17



**Diseña un filtro LC pasabajo para un inversor en puente monofásico con control PWM senoidal con once pulsos por semiperíodo para que la amplitud del componente armónico de orden once no exceda del 4% siendo el coeficiente de Fourier de éste armónico  $b_{11} = 0.601$ . La tensión de salida es  $V_o = 240 \text{ V}$ , la frecuencia  $f = 50 \text{ Hz}$  y la intensidad de salida  $I_o = 16 \text{ A}$  siendo la carga resistiva.**

*Solución:*

El filtro LC se muestra en la figura y su ecuación de definición viene dada por:



$$\frac{V_{on}}{L_s + C_p // R} = \frac{V_{oFn}}{C_p // R}$$

$$\frac{V_{oFn}}{V_{on}} = \frac{L_s + C_p // R}{C_p // R} = \frac{1}{(1 - \omega^2 CL) + \frac{j\omega L}{R}}$$

La frecuencia de resonancia debe ser mayor a 50 Hz y no ser múltiplo de ésta para no afectar al fundamental, tomamos, por ejemplo,  $f_r = 140$  Hz y tendremos:

$$f_r = \frac{1}{2p\sqrt{L_s \times C_p}} \quad L_s C_p = \frac{1}{(2p \times 140)^2} = 1.29 \times 10^{-6}$$

El valor de la resistencia es:

$$R = \frac{240}{16} = 15 \Omega$$

La frecuencia del armónico del orden 11 es  $f_{11} = 550$  Hz y su amplitud es:

$$V_{11} = b_{11} \times V_o = 0.601 \times 240 = 144.24 V$$

que debe ser atenuada por el filtro hasta el 4% de la tensión de salida, es decir, hasta:

$$V_{oFn} = \frac{240 \times 4}{100} = 9.6 V$$

sustituyendo estos datos en la ecuación de definición del filtro tendremos:

$$\frac{V_{oFn}}{V_{on}} = \frac{9.6}{144.24} = \frac{1}{1 - [(2p \times 550)^2 \times 1.29 \times 10^{-6}] + \left[ j2p \times 550 \frac{L_s}{15} \right]}$$

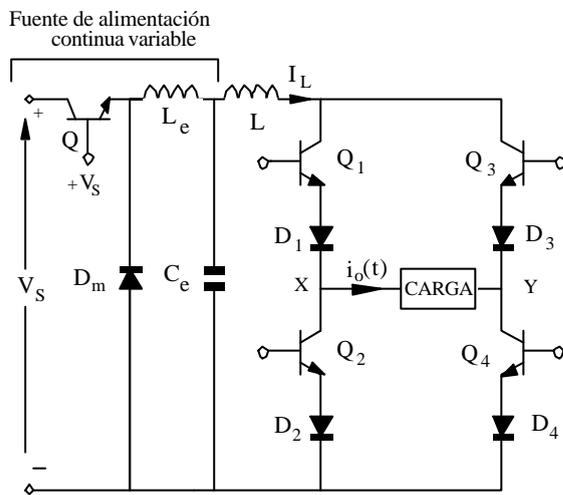
de donde despejando,  $L_s = 0.018$  H. Por tanto, el condensador presentará una capacidad:

$$C_p = \frac{1.29 \times 10^{-6}}{0.018} = 72 \text{ } \mu\text{F}$$

---

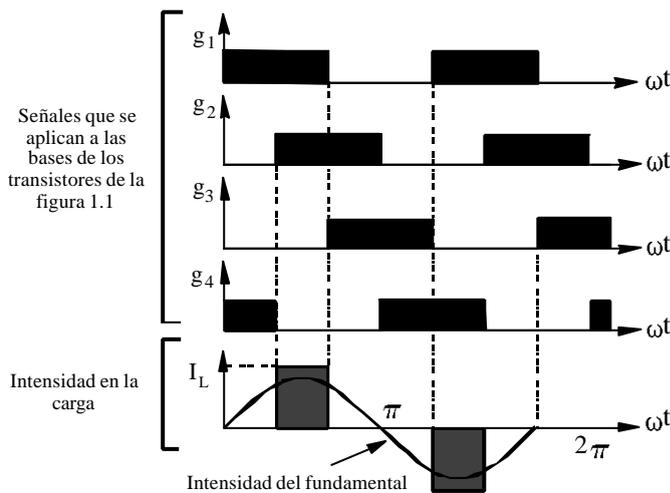
## 7.5 Inversor como fuente de intensidad

En los inversores vistos hasta ahora los circuitos de potencia se comportaban frente a la carga como una fuente de tensión que, al menos teóricamente, no cambia la forma de onda de la tensión de salida ni su valor al variar la carga y sí lo hace la intensidad de salida fluctuando de positivo a negativo y viceversa. Por el contrario, en el circuito inversor como fuente de intensidad no existe este efecto ya que tiene como entrada una fuente de este tipo y la intensidad de salida se mantiene constante independientemente de la carga, siendo la tensión la forzada a cambiar.



En la figura 7.66, se muestra un inversor monofásico de este tipo en donde la bobina  $L$  debe tener un valor muy alto para que la intensidad se mantenga constante, siendo los diodos  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  y  $D_4$ , dispuestos en serie con los transistores, utilizados para bloquear las tensiones inversas en los transistores.

**Fig.7. 66**  
Inversor en fuente de corriente.

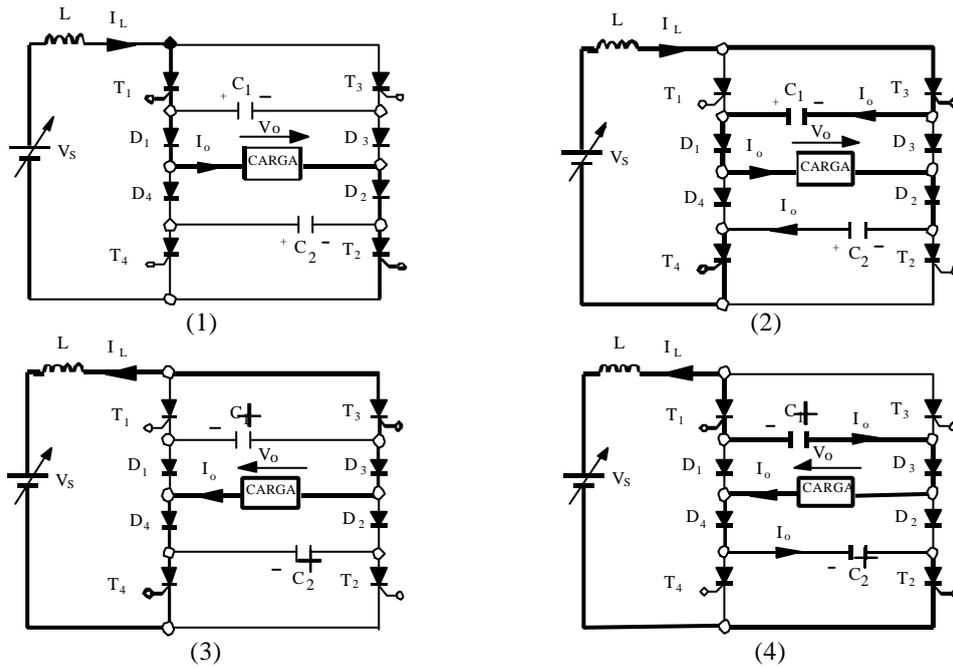


**Fig.7. 67**  
Formas de onda en el inversor.

Manteniendo excitados los transistores  $Q_1$  y  $Q_4$  se dirige la intensidad a la carga en sentido  $X \rightarrow Y$ , bloqueando dichos transistores y excitando  $Q_2$  y  $Q_3$  la intensidad se dirigirá en sentido contrario al anterior. De esta forma, la carga siempre recibe una onda cuadrada de intensidad de amplitud  $I_L$ , dependiendo la tensión del carácter de la carga conectada a la salida.

En la figura 7.67 se muestra la intensidad en la carga, la secuencia de conducción de los transistores es:  $Q_1 - Q_2$ ,  $Q_2 - Q_3$ ,  $Q_3 - Q_4$  y  $Q_4 - Q_1$ , siendo la intensidad instantánea en la carga calculada de la siguiente forma:

$$i_o(t) = \sum_{n=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{4 \times I_L}{np} \text{sen} \frac{nd}{2} \text{sen}(n\omega t) \quad \text{E 7. 43}$$



**Fig.7. 68** Inversor monofásico con tiristores como fuente de intensidad. (1) Conducción de  $T_1$  y  $T_2$ . (2) Bloqueo de  $T_1$  y  $T_2$ . (3) Conducción de  $T_3$  y  $T_4$ . (4) Bloqueo de  $T_3$  y  $T_4$ .

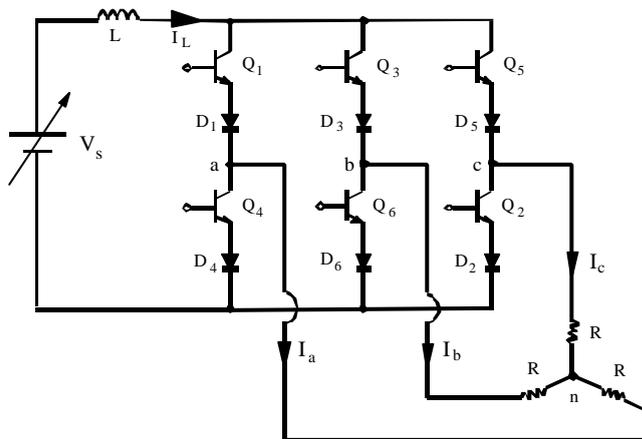
Para un inversor en fuente de intensidad diseñado con tiristores se necesita insertar dos condensadores entre las ramas del inversor como se muestra en la figura 7.68.

El funcionamiento del circuito considerando los diodos ideales es el siguiente:

- **Gráfica (1).** En este período conducen los tiristores  $T_1$  y  $T_2$  y los condensadores  $C_1$  y  $C_2$  se cargan a la tensión  $V_o$  de la carga con la polaridad indicada en la gráfica.
- **Gráfica (2).** Disparando  $T_3$  y  $T_4$  bloqueamos los tiristores  $T_1$  y  $T_2$  mediante la carga almacenada en el condensador que pone el cátodo de los tiristores a mayor tensión que el ánodo. Cuando  $C_1$  y  $C_2$  terminan de cargarse, la corriente seguirá pasando por la carga a través de  $D_1$  y  $D_2$  hasta que la intensidad en ésta se invierta totalmente.
- **Gráfica (3).** Los condensadores se vuelven a cargar con la tensión  $V_o$  y la polaridad indicada en la gráfica. La intensidad que recorre la carga es opuesta a los casos anteriores.
- **Gráfica (4).** Los tiristores  $T_3$  y  $T_4$  se extinguen disparando  $T_1$  y  $T_2$ . Cuando  $C_1$  y  $C_2$  terminan de cargarse, la corriente seguirá pasando por la carga a través de  $D_3$  y  $D_4$  hasta que la intensidad se invierta totalmente.

Los condensadores  $C_1$  y  $C_2$  se cargan y descargan en proporción a la intensidad que circula por la carga,  $I_m = I_L$ .

El tiempo de conmutación dependerá de la amplitud de la intensidad y de la tensión en la carga.



**Fig.7. 69**  
Circuito inversor trifásico en fuente de intensidad.

La figura 7.69 muestra el diagrama de un circuito inversor trifásico en fuente de intensidad, las formas de onda de las señales de puerta y las intensidades de línea para una conexión en estrella de la carga se muestran en la figura 7.70.

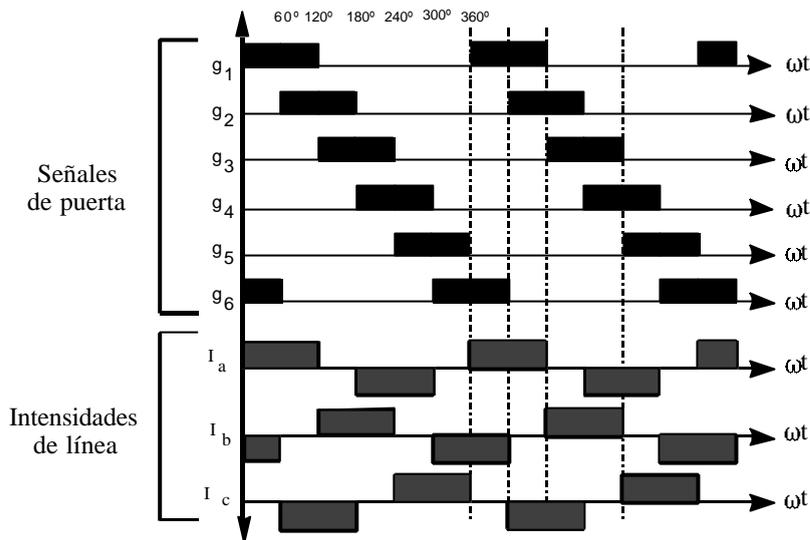


Fig.7. 70  
Formas de onda.

En este circuito sólo conducen dos transistores a la vez para un determinado instante puesto que cada rama conduce para 120° siendo la intensidad que circula por la fase “a” la calculada mediante la siguiente expresión:

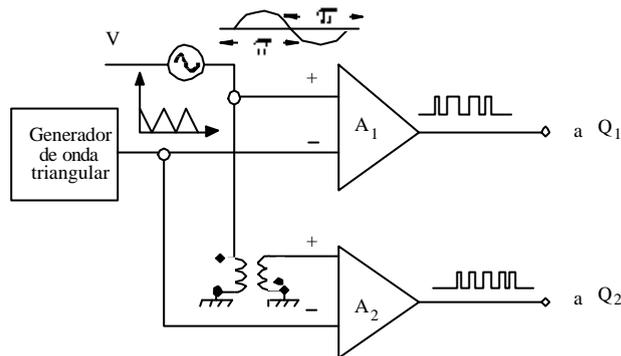
$$i_a(t) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{4 I_L}{n\mathbf{P}} \cos\left(\frac{n\mathbf{P}}{6}\right) \text{sen } n\left(\mathbf{w}t + \frac{\mathbf{P}}{6}\right) \quad \text{E 7. 44}$$

El inversor en fuente de intensidad (CSI) es un doble inversor en fuente de tensión (VSI), la tensión de línea de un VSI tiene una forma de onda similar a la intensidad de línea de un CSI, sin embargo, éste presenta una serie de ventajas que resumimos a continuación:

- a) La corriente continua es limitada y controlada desde la entrada, por tanto, si se dispara mal un transistor no debería causar ningún problema.
- b) La intensidad de pico del circuito de potencia es limitada.
- c) La conmutación de las ramas del circuito para tiristores se realiza de una forma bastante sencilla.
- d) Este circuito presenta la posibilidad de conducir la intensidad reactiva sin diodos en antiparalelo.

## 7.6 Disparo y conmutación de un inversor

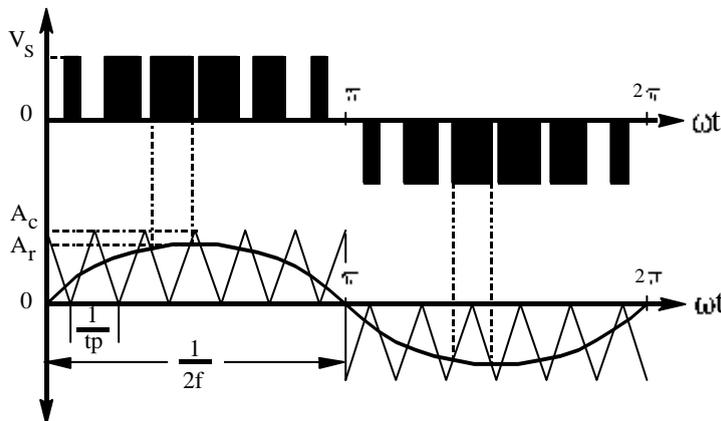
Ya se ha visto que el correcto funcionamiento de los inversores está basado en que el disparo (paso a conducción) y conmutación (bloqueo) de los transistores o tiristores se realicen en los instantes apropiados.



**Fig.7. 71**  
Circuito de disparo.

Aunque los transistores también se pueden autoexcitar por el propio circuito inversor (son los llamados inversores autoexcitados que se verán en la pregunta siguiente), para la generación de los impulsos de disparo se aplica lo dicho para los inversores estudiados hasta ahora, tanto si se utilizan transistores como tiristores. Si, por ejemplo, cogemos un inversor que emplee la técnica de modulación senoidal de varios impulsos por semiperíodo se podría utilizar como esquema de principio el circuito de la figura 7.71.

El generador de onda triangular produce una señal de salida como la representada en la figura 7.72, esta onda se lleva directamente a un comparador  $A_1$  donde se la compara con una señal de referencia.



**Fig.7. 72**  
Onda triangular, senoidal y de salida.

Cuando la señal senoidal sea mayor que la triangular tendremos a la salida del comparador  $A_1$  un "1" lógico, por el contrario, cuando la onda triangular sea mayor que la senoidal se tendrá un "0" lógico, obteniéndose durante el primer semiciclo de la onda senoidal el tren de impulsos mostrado. Igualmente comparando con la señal senoidal invertida se obtendrán los impulsos necesarios para el semiciclo negativo.

Con los impulsos del primer semiciclo se dispara el tiristor o transistor 1 y con los del segundo semiciclo el tiristor o transistor 2 si se trata, por ejemplo, del circuito de potencia de un inversor con transformador de toma media.

En cuanto al paso de conducción a bloqueo, en el caso de que el circuito de potencia contenga a transistores de unión o de efecto de campo basta con suprimir la señal en el terminal de puerta, es decir, para el ejemplo del caso de la figura 7.71 los mismos impulsos generados producirían el disparo y bloqueo de los transistores.

En el caso de que en el circuito de potencia halla tiristores, la conmutación se puede hacer por carga o forzada. En el supuesto de que el control se haga mediante la modulación de un sólo impulso por semiciclo, para que la conmutación se produzca de una forma natural por carga, la naturaleza de la carga ha de ser tal que la corriente se ha de anular antes de que comience el siguiente semiciclo. Esta condición exige que la corriente esté adelantada con respecto a la tensión, para lo cual la carga ha de ser predominantemente capacitiva. También se puede lograr la conmutación por carga eligiendo los valores del condensador y de la bobina para que el circuito entre en resonancia.

En el caso de que la carga no sea capacitiva hay que efectuar una conmutación forzada.

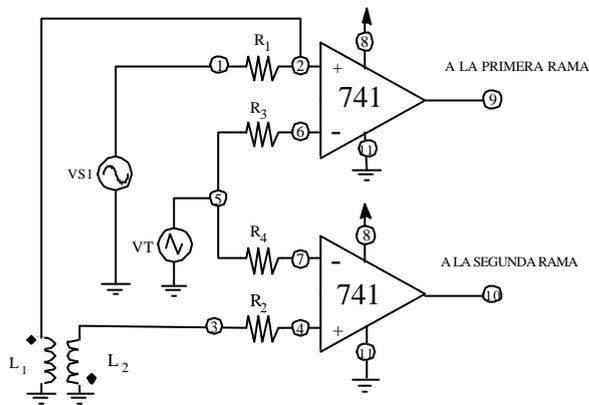
### Ejemplo 7.18



na.

Comprobar que utilizando una sola señal alterna se puede diseñar un circuito de control como el de la figura 7.71. Simula con Pspice un circuito de control PWM senoidal utilizando una sola fuente de alterna.

Solución:



**Fig. 7. 73**  
Circuito para Pspice.

El esquema del circuito empleado para la simulación lo mostramos en la figura anterior, en éste se emplean dos circuitos operacionales UA741 que están disponibles en la librería MEUHP.LIB. Uno de los operacionales necesitará la señal alterna invertida para generar los impulsos de una de las ramas.

Como se explica en teoría, esto lo conseguimos utilizando dos bobinas acopladas magnéticamente. Su listado correspondiente:

**\*(T7E18.CIR) SIMULACION DEL EJEMPLO 7.18**

**\*DISPARO Y CONMUTACION DE UN INVERSOR CON COMPARADORES.**

\* Tension de referencia:

VS1 1 0 SIN(0 8 50)

\* Portadora:

VT 5 0 PULSE(0 12 0 1M 1M 0.1N 2M)

\* Resistencias de polarizacion de los amplificadores operacionales:

R1 1 2 1

R2 3 4 1

R3 5 6 1

R4 5 7 1

\* Bobinas acopladas:

L1 2 0 10H

```

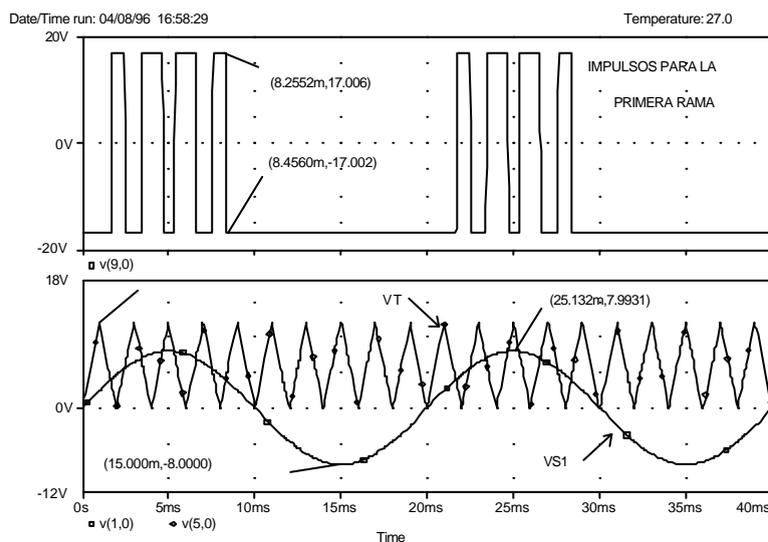
L2 0 3 10H
K12 L1 L2 0.999
* Fuentes c.c. de alimentacion de los operacionales:
VC1 8 0 19
VC2 0 11 19
* Amplificadores operacionales:
XA1 2 6 8 11 9 UA741/TI
XA2 4 7 8 11 10 UA741/TI
.LIB C:MEUHP.LIB
* Parametros para el analisis:
.PROBE
.FOUR 50HZ V(9,0)
.tran 1.000u 40M 50U ; *ipsp*
.END

```

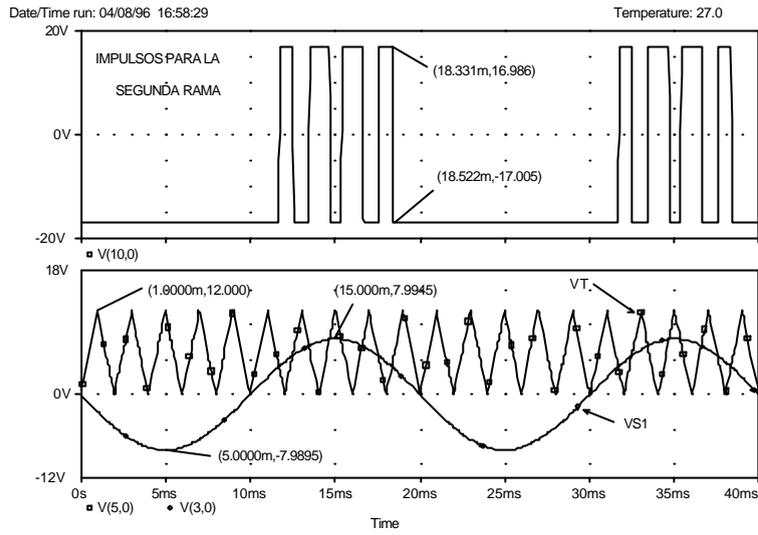
La figura 7.74 nos muestra los pulsos que se deben aplicar a una rama del inversor, que corresponden a los primeros semiciclos de la señal de salida.

Los operacionales actúan a modo de comparadores, de forma que si la tensión senoidal, aplicada en el terminal positivo, es mayor que la de referencia, aplicada al terminal negativo, el operacional se satura a positivo y cuando es menor se satura a negativo. De esta forma se obtienen los pulsos que se aplican a la base de los transistores (o a las puertas de los tiristores) de cada rama del inversor. Recordando la modulación PWM senoidal, la anchura de estos pulsos dependen de las amplitudes de las dos ondas a comparar, como consecuencia, esta es variable en cada semiciclo.

La figura 7.75 muestra los pulsos que se deben aplicar a la otra rama del inversor, que corresponderá a los segundos semiciclos de la señal de salida.



**Fig.7. 74**  
Generación de pulsos en el primer semiciclo.



**Fig.7.75**  
Generación de impulsos para el segundo semiperíodo.

## 7.7 Aplicaciones

Actualmente existen multitud de aplicaciones para los convertidores DC/AC. Entre ellas puede citarse el control de motores de corriente alterna, donde se hace necesario un rectificador controlado para convertir a continua la señal alterna y regular la potencia entregada al motor, para después volver a ondular la señal mediante un inversor. Otro ejemplo de aplicación de los inversores u onduladores es el de la recuperación de la energía rotórica de un motor donde, mediante escobillas se recoge la energía que se pierde por rozamiento en el rotor de éste y, a través de un inversor, se convierte a la tensión y frecuencia necesarias para devolverla a la red.

Sin embargo, las dos aplicaciones que se han considerado como más generalizadas en la actualidad son los *sistemas de alimentación ininterrumpida de C.A.* y los *sistemas de conversión de energía fotovoltaica*.

### 7.6.1 SISTEMAS DE ALIMENTACIÓN ININTERRUMPIDA DE C.A.

Estos sistemas se encargan de proveer de energía a una instalación cuando falla la tensión de red y constan de tres partes esencialmente. La primera es específicamente un rectificador que se encarga de alimentar las baterías de C.C. cuando la tensión de red no está cortada, según podemos ver en la figura 7.76. La segunda parte es el inversor que se necesita para convertir la energía de la batería a alterna, siendo la tercera parte del sistema los interruptores necesarios para aislar al inversor de la red.

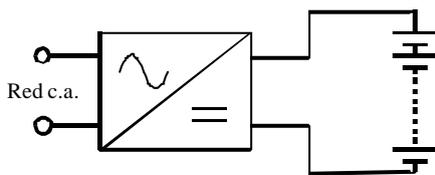


Fig.7. 76  
Esquema de carga de las baterías

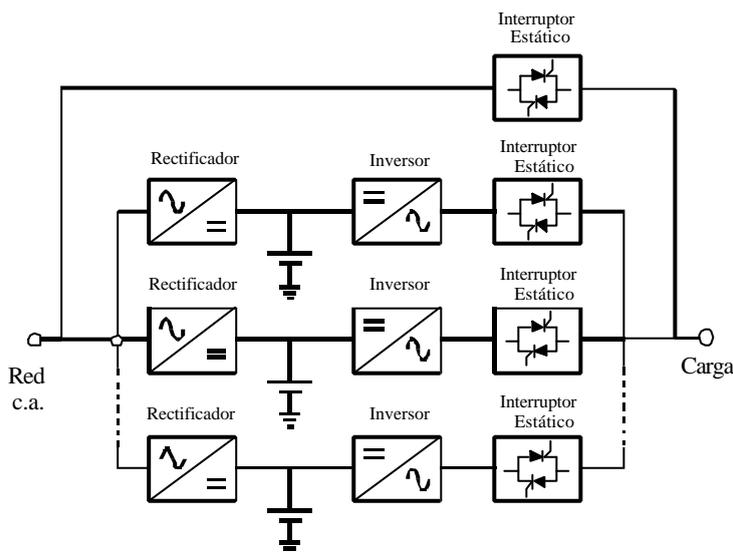
En la figura 7.77 se muestra un sistema de alimentación completo de tres ramas con un interruptor estático en cada una de ellas para aislarlas cuando una de ellas falla y que de esta forma no se vea perturbada la alimentación de la carga.

Cada rama tiene una potencia igual a  $1/m$  de la potencia de la carga ( $m \leq n$ ). Se llama "*grado de redundancia al cociente*" a la relación:

$$\frac{\text{Potencia del sistema} - \text{Potencia de la carga}}{\text{Potencia de la carga}}$$

cuyo valor es  $(n - m)/m$ . Por ejemplo, si se dispone de seis módulos de potencia igual a la cuarta parte de la carga, el grado de redundancia es  $(n = 6, m = 4)$  igual al 50%.

Ya se ha visto que si falla la red la alimentación está asegurada gracias a las baterías. Si falla un número de inversores menor o igual a  $(n - m)$ , la carga sigue alimentada por los restantes. Pero si el número de inversores que falla es mayor a  $(n - m)$ , los inversores que quedan no pueden seguir alimentando a la carga y entonces se hace una “*transferencia a red*”, es decir, se cierra el interruptor de red y se abren los de cada rama. De esta manera la alimentación se recibe directa e íntegramente de la red hasta que se efectúe la reparación y halla un número mayor o igual a “*m*” de inversores sanos, momento en el que se hace una transferencia de red a inversores.



**Fig.7.77**  
Diagrama general de bloques de un S.A.I. de C.A.

La transferencia a red también puede desencadenarse, aunque no falle ningún inversor, siempre que la carga demande una fuerte punta transitoria de intensidad, por ejemplo, al arrancar un motor. Hay que recurrir a la red puesto que como se sabe los inversores poseen una limitación interna de intensidad para proteger a sus tiristores y asegurar su correcto bloqueo y de no hacerlo, se produciría una caída transitoria en la tensión de salida.

El correcto funcionamiento exige que permanentemente sean iguales la frecuencia y la fase de las tensiones de salida de los inversores y de la red.

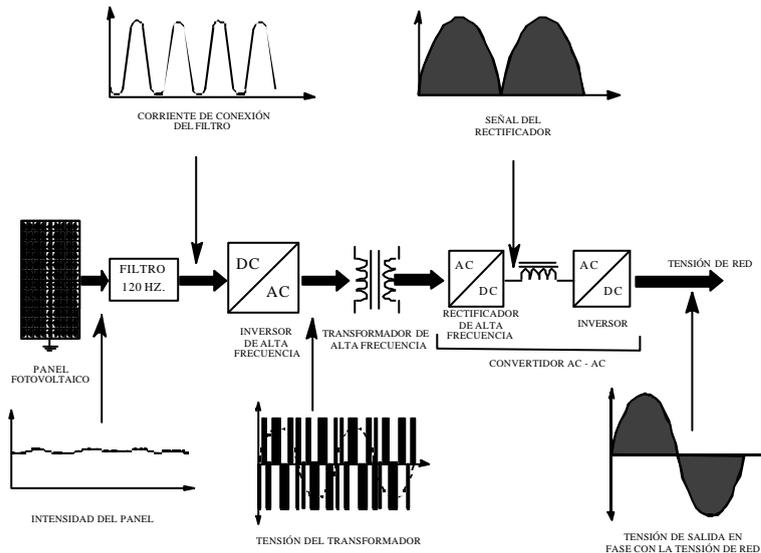
Para bajas potencias lo más normal es que  $n = 1$ , configuración en que la relación coste - fiabilidad tiene el mayor valor. Por encima de 300 KW es mejor poner varios módulos para poder suministrar la potencia ( $n > 1$ ) que poner un sólo módulo asociando en serie y en paralelo sus tiristores.

A veces se da también el caso de usar varios módulos sin la ayuda de la red como fuente alimentadora directa, sobre todo cuando la carga debe ser alimentada a una frecuencia distinta de la de la red.

Entre las aplicaciones de los S.A.I. de C.A. destacan la alimentación de instrumentación de plantas químicas y de gas, sistemas de control de transmisión de procesos, para instalaciones de tiempo compartido, equipos para comunicaciones en aeropuertos, acondicionamientos industriales, etc.

### 7.6.2 SISTEMAS DE CONVERSIÓN DE ENERGÍA FOTOVOLTAICA.

El problema de las fuentes de energía convencionales es que se degeneran rápidamente con el correspondiente incremento del coste, mientras que la energía fotovoltaica ofrece una fuente alternativa prometedora, la única desventaja es que el coste de la instalación inicial es considerablemente alto. Las fuentes de energía fotovoltaica se han establecido mejor en aplicaciones espaciales donde el coste de los sistemas de conversión no es considerable, pero sus aplicaciones terrestres están muy limitadas en la actualidad.



**Fig.7. 78**  
Esquema de conversión de potencia en conexión de alta frecuencia.

Con las técnicas de investigación presentes el coste de la célula fotovoltaica se espera que descienda en el futuro sustancialmente, haciéndolas atractivas para aplicaciones terrestres.

En un sistema fotovoltaico residencial (de unos pocos kilowatios) la potencia disponible, que varía con la radiación solar y la temperatura, se convierte con un inversor a la tensión alterna de la línea de consumo. La carga del consumidor se conecta al terminal de alterna y en días de sol, la potencia solar abastece al consumidor y la sobrante se devuelve a la línea de consumo; en días nublados o después del ocaso, la línea de consumo es la que abastece a la carga.

Este apartado describe un control mediante microprocesador de un sistema fotovoltaico residencial, donde el microprocesador es el responsable del control de la potencia alterna de salida de acuerdo con el sistema generador de la potencia continua, manteniendo una condición de factor unidad en el terminal de alterna. El microprocesador tiene también las funciones de detectar la potencia máxima y mantener al inversor operando dentro de una zona segura de tensión e intensidad.

El esquema de conversión de potencia usado en los sistemas actuales se muestra en la figura 7.78.

Básicamente la potencia continua es convertida a la línea a través de una conexión por transformador de alta frecuencia. La tensión continua fotovoltaica se convierte primero a alta frecuencia mediante un inversor que se acopla mediante transformador a un convertidor AC/AC para obtener la intensidad de la línea de consumo.

El convertidor AC/AC consta de un rectificador de alta frecuencia, un filtro y un inversor tal y como se muestra en la figura 7.78 en la que se indica también las formas de onda de los diferentes estados de conversión. Comparado con el diseño convencional de conmutación aislado, el diseño de conexión de alta frecuencia usado aquí permite una considerable reducción en peso del convertidor de potencia y suavizar la fabricación de la señal de intensidad senoidal de salida en fase con la tensión de línea.

Naturalmente, la conversión de potencia multietapa es algo más cara e influye negativamente en el rendimiento del convertidor. El aislamiento eléctrico en una conexión de alta frecuencia es esencial debido a que permite un sistema de fácil conexión con tierra, flexibilidad en la elección del rango de tensión del montaje, un sistema aislante de utilidad en caso de fallo y protección del personal.

El circuito de potencia está detallado con el diagrama de bloques del controlador y se muestra en la figura 7.79.

El sistema de tensión continua variable se convierte a alterna de alta frecuencia con un inversor en puente completo con transistores, el cual opera en un rango de frecuencia de 10 - 16 KHz.

La tensión alterna tiene en la conexión de alta frecuencia un control PWM que la modula senoidalmente hasta conseguir una señal de 50 Hz. La señal PWM de alta frecuencia se rectifica con un puente de diodos el cual después de filtrar las componentes portadoras tiene la forma de onda de un rectificador en puente. La intensidad resultante de la conexión AC/DC es mandada alternativamente por el inversor que está alimentado por la línea de alterna para que esté en fase con la tensión. El inversor de alta frecuencia con el rectificador y el filtro en L se considera una conexión de alta frecuencia "c.c.-c.c. buck chopper" donde los transistores son controlados para sintetizar un rectificador en puente en la conexión de continua.

El chopper opera como un rectificador de onda completa y contador de señal EMF grabado por la inversión de polaridad del inversor. En vista de que la potencia a la frecuencia del fundamental de la señal de salida del convertidor ha de compensar la salida, la corriente del sistema fluctúa con un armónico de orden dos elevado. Se ha dispuesto un filtro por condensador de alta capacidad para suavizar la intensidad del sistema.

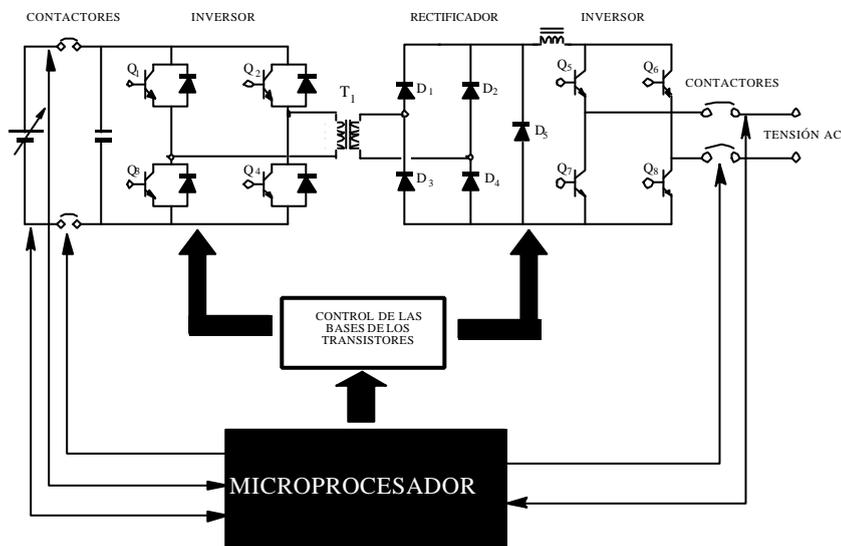


Fig.7. 79 Circuito de potencia con controlador.

## **Bibliografía**

- (1) **AGUILAR PEÑA J.D., GOMEZ LOPEZ J., MARTOS PARTAL M.** Convertidores DC-AC. Colección de apuntes. Universidad de Jaén 96/97.
- (2) **GUALDA J. A. , MARTÍNEZ S.** Electrónica Industrial: Técnicas de potencia. Ed. Marcombo. Barcelona 1992.
- (3) **GALLARDO J. F. , RUÍZ J. M.** Electrónica Industrial, Aplicaciones. 5/93.
- (4) **RASHID MUHAMMAD.** Power electronics. Circuits, devices and applications. Ed. Prentice-Hall International. 1993.
- (5) **FISHER M. J.** Power electronics. Ed. PWS-KENT.
- (6) **HERRANZ ACERO, G.** Electrónica Industrial. E.T.S.I.T. Madrid 1990.
- (7) **KIJELD THORBORG.** Power Electronics. Ed. Prentice-Hall International.
- (8) **FINNEY D.** The power thiristor and its applications. Ed. McGraw-Hill Company.
- (9) **SANTIAGO LORENZO, JOSE M. RUIZ, ALFREDO MARTÍN, ENRIQUE L. VALENTÍN.** PECADS. II Convertidores cc/ca (versión básica). Ed. Edibon S.A.
- (10) **LANDER CYRIL, W.** Power Electronics. Ed. McGraw-Hill Book Company. Segunda Edición.
- (11) **AGUILAR PEÑA, J. D.** Dispositivos de cuatro capas.
- (12) **MOHAN NED, UNDELAN TORE, ROBBINS WILLIAN P.** Power Electronics: Converters, Applications and Design, John Wiley&Son, 1989.