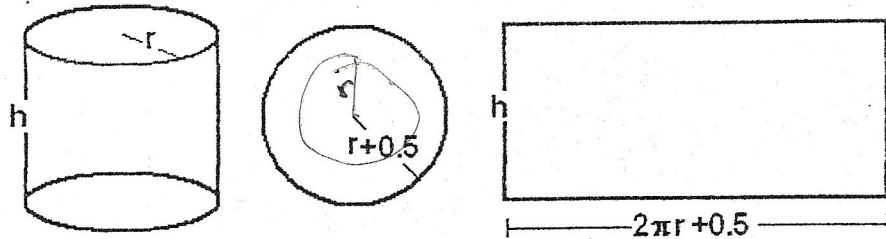


UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
EXAMEN PARCIAL DE METODOS NUMERICOS

Problema 01

Se desea construir una lata con capacidad de 2000cm^3 y debe tener la forma de cilindro recto como se muestra en la figura. Los radios de las tapas de cada base deben tener 0.5cm más que el radio de la base, de manera que este exceso pueda usarse para sellar la lata. La hoja de la superficie lateral debe exceder también 0.5cm para que pueda sellarse lateralmente. Determine con tres decimales la mínima superficie de material para construir la lata (5 p.)



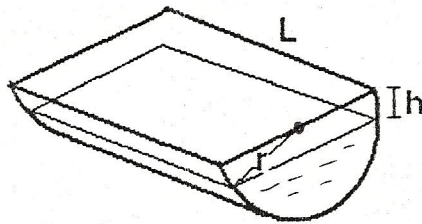
Problema 02

Un lavadero de longitud L como se muestra en la figura tiene un radio r

a) Demostrar que el volumen de agua es:

$$V = L \left[0.5\pi r^2 - r^2 \arcsen\left(\frac{h}{r}\right) - h\sqrt{r^2 - h^2} \right] \quad (3 \text{ p.})$$

b) Para $L=9\text{m}$, $r=1\text{m}$ y $V=11\text{m}^3$ determine la profundidad del agua



Problema 03

Resolver el sistema de ecuaciones mediante la descomposición LU

$$\begin{aligned} 8x_1 + 4x_2 - x_3 &= 11 \\ -2x_1 + 5x_2 + x_3 &= 4 \\ 2x_1 - x_2 + 6x_3 &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Problema 04

Dada las ecuaciones siguientes

$$\begin{aligned} -1.1x_1 + 10x_2 &= 120 \\ -2x_1 + 17.4x_2 &= 174 \end{aligned}$$

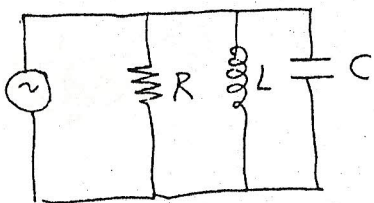
- Resolver mediante el método de eliminación de Gauss con tres cifras decimales significativas escogiendo -1.1 como pivote
- Ahora escoger como pivote -2

$$\begin{bmatrix} 404,65116 \\ 56,511627 \end{bmatrix}$$

Examen Parcial de Métodos Numéricos

Problema 01 ✓

El circuito eléctrico mostrado en la figura, tiene una impedancia resultante de (módulo) $Z = 75 \Omega$, $R = 225 \Omega$, $L = 0.5 \text{ H}$ y $C = 0.6 \times 10^{-6} \text{ F}$. Determine a que frecuencia

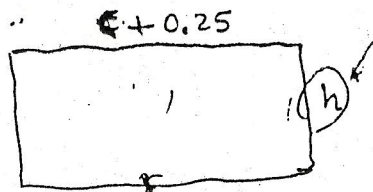
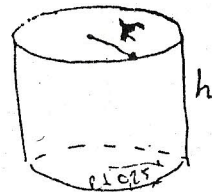


$$25,134 \text{ Hz}$$

Problema 02

Debemos construir una lata con capacidad de 1000 cm^3 y forma de cilindro recto. El radio de las tapas (cada tapa) debe tener 0.25 cm de más para poder sellarse. La hoja de la superficie lateral debe tener 0.25 cm de más para sellarse.

* Determine el radio con una precisión de 10^{-3} para que se utilice el mínimo de material



Problema 03 ✓

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones mediante el método de eliminación de Gauss

a) Utilizando pivote 0.0003

b) Utilizando pivote 1.0000

$$0.0003x_1 + 3.0000x_2 = 2.0001$$

$$1.0000x_1 + 1.0000x_2 = 1.0000$$

Trabajar con tres cifras decimales significativas

Problema 04

La Ley de Ohm establece que $V = iR$. Sin embargo, en los resistores reales no siempre es así. En un experimento se ha obtenido los resultados

i	0.5	1	2
V	20.5	96.5	637

Determine la tensión V para $i = 1.1 \text{ A}$.

$$R_1 = 41 \Omega$$

$$R_2 = 96.5 \Omega$$

$$R_3 = 318.5 \Omega$$

Examen Final de Métodos Numéricos

Problema 01

Usted tiene que medir la tasa de flujo de agua a través de un tubo pequeño. Para ello, coloque la boquilla del agua a la entrada del tubo y mida el volumen a través de ella, según se ha tabulado. Estime la tasa de flujo en $t = 5$ s.

t s	0	2.5	5	7.5	10
Volumen cm^3	0	6	8	16.4	20
	$x_0=0h$	$x_1=h$	$x_2=2h$	$x_3=3h$	$x_4=4h$

Problema 02

Determine la integral

$$\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^3} dx$$

para $N=4$

$$\frac{f_1 - 2f_0 + f_0}{h^2} + \frac{f_2 - 2f_1 + f_0}{4h^2} = 0$$

$$f_1 + f_2 - 6f_0 = 0$$

Problema 03

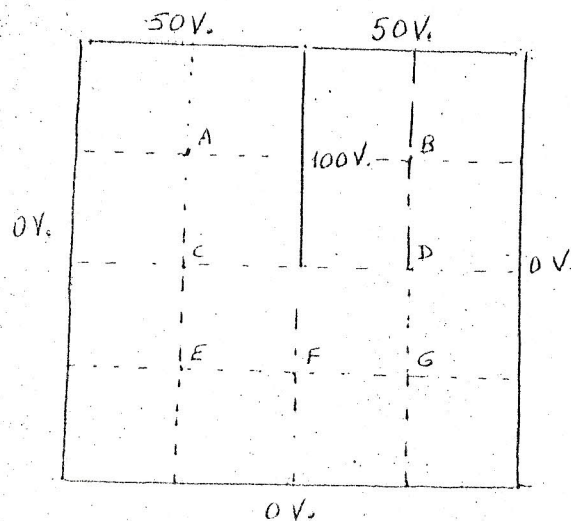
Discretizando la región $x=0$ y $x=1$ en cinco segmentos de igual espaciamiento y aplicando el método de diferencias finitas, resolver la E.D. siguiente

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 0 \quad \text{y} \quad y(0) = 0; \quad y(1) = 1$$

comparar con la solución exacta.

Problema 04

Determine el potencial electrostático con un error del 5% en los puntos mostrados A, B, C, D, E, F, G

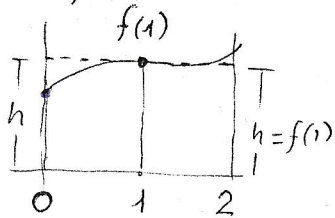


Examen Final de Métodos Numéricos

Problema 01

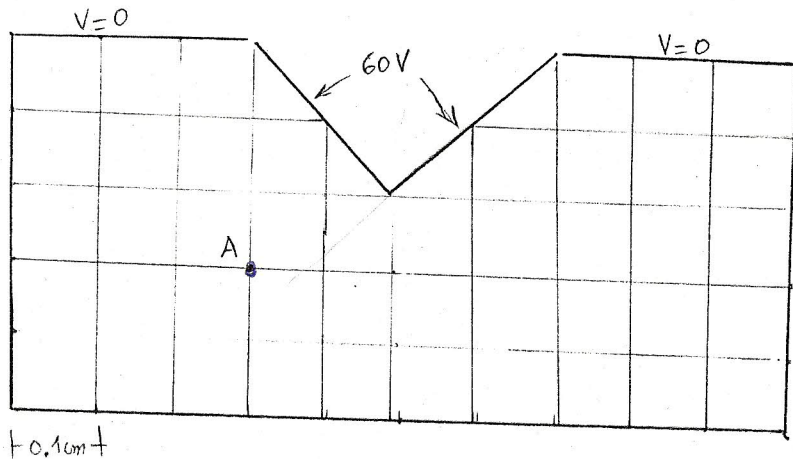
Al aplicar la regla del trapecio para calcular $\int_0^2 f(x) dx$ se obtiene el valor de 5 y si se aplica la regla del punto medio se obtiene el valor de 4 ¿Qué valor se obtiene con la regla de Simpson? (4 P.)

Ayuda: la regla de punto medio



Problema 02

Determine el potencial y campo eléctrico en el punto A (6 P.)



Problema 03

Resolver la E.D. mediante el método de diferencias finitas

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} + 2f(x) = 0$$

Con condiciones de frontera $f(0) = 1$ y $f(1) = 0$ considerando $h = 0.2$. Compare los resultados con la solución analítica (6 P.)

Problema 04

Resolver la siguiente E.D. mediante el método de Heun con paso $h = 0.2$

$$y' = (1 + 2x)\sqrt{y}$$

con condiciones de frontera $y(0) = 1$
Compare con la solución analítica

$$y' = (1 + 2x)\sqrt{y}$$

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO

Examen Final de Métodos Numéricos

Problema 01

Estime el logaritmo en base 9.5 por medio de un polinomio de interpolación. Sabiendo que:

$$\log_{10} 8 = 0.903090$$

$$\log_{10} 9 = 0.954242$$

$$\log_{10} 11 = 1.041393$$

También mediante el polinomio interpolador determine $\log_{10} 10$ y determine el error

Problema 02

El estudio de la difracción de la luz a través de una abertura rectangular involucra las integrales de Fresnel:

$$c(t) = \int_0^1 \cos\left(\frac{\pi}{2} w^2\right) dw$$

$$s(t) = \int_0^1 \sin\left(\frac{\pi}{2} w^2\right) dw$$

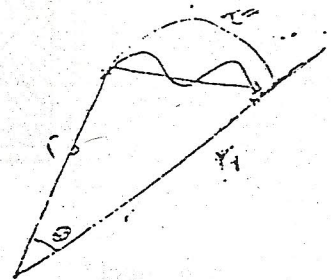
Construir una tabla de valores de $c(t)$ y $s(t)$ con una precisión de 0.01 para los valores $t = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$

Problema 03

Un avión es seguido por un radar y se toma los datos cada segundo en coordenadas esféricas

t(s.)	200	202	204	206	208
r(m.)	5120	5370	5560	5800	6030
θ (r.)	0.75	0.72	0.70	0.68	0.67

A los 204 segundos, determine la velocidad en forma vectorial en coordenadas esféricas



$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dr}{dt} \hat{r} + r \frac{d\theta}{dt} \hat{\theta}$$